

Inhalt

1	Lineare Gleichungssysteme	1
1.1	Auflösung gestaffelter Systeme	3
1.2	Gaußsche Eliminationsmethode	4
1.3	Pivot-Strategien und Nachiteration	8
1.4	Cholesky-Verfahren für symmetrische, positiv definite Matrizen	15
1.5	Übungen	18
2	Fehleranalyse	25
2.1	Fehlerquellen	26
2.2	Kondition eines Problems	28
2.2.1	Normweise Konditionsanalyse	30
2.2.2	Komponentenweise Konditionsanalyse	36
2.3	Stabilität eines Algorithmus	40
2.3.1	Stabilitätskonzepte	41
2.3.2	Vorwärtsanalyse	43
2.3.3	Rückwärtsanalyse	49
2.4	Anwendung auf lineare Gleichungssysteme	51
2.4.1	Lösbarkeit unter der Lupe	51
2.4.2	Rückwärtsanalyse der Gauß-Elimination	53
2.4.3	Beurteilung von Näherungslösungen	57
2.5	Übungen	60
3	Lineare Ausgleichsprobleme	67
3.1	Gaußsche Methode der kleinsten Fehlerquadrate	67
3.1.1	Problemstellung	67
3.1.2	Normalgleichungen	70
3.1.3	Kondition	72
3.1.4	Lösung der Normalgleichungen	76
3.2	Orthogonalisierungsverfahren	77
3.2.1	Givens-Rotationen	79
3.2.2	Householder-Reflexionen	82
3.3	Verallgemeinerte Inverse	86
3.4	Übungen	91

4	Nichtlineare Gleichungssysteme und Ausgleichsprobleme	95
4.1	Fixpunktiteration	95
4.2	Newton-Verfahren für nichtlineare Gleichungssysteme	100
4.3	Gauß-Newton-Verfahren für nichtlineare Ausgleichsprobleme	107
4.4	Parameterabhängige nichtlineare Gleichungssysteme	115
4.4.1	Lösungsstruktur	115
4.4.2	Fortsetzungsmethoden	117
4.5	Übungen	131
5	Symmetrische Eigenwertprobleme	137
5.1	Kondition des allgemeinen Eigenwertproblems	137
5.2	Vektoriteration	140
5.3	<i>QR</i> -Algorithmus für symmetrische Eigenwertprobleme	144
5.4	Singulärwertzerlegung	151
5.5	Übungen	157
6	Drei-Term-Rekursionen	159
6.1	Theoretische Grundlagen	161
6.1.1	Orthogonalität und Drei-Term-Rekursionen	161
6.1.2	Homogene und inhomogene Rekursionen	164
6.2	Numerische Aspekte	167
6.2.1	Kondition	169
6.2.2	Idee des Miller-Algorithmus	176
6.3	Adjungierte Summation	178
6.3.1	Summation von dominanten Lösungen	179
6.3.2	Summation von Minimallösungen	183
6.4	Übungen	187
7	Interpolation und Approximation	191
7.1	Klassische Polynom-Interpolation	192
7.1.1	Eindeutigkeit und Kondition	192
7.1.2	Hermite-Interpolation und dividierte Differenzen	196
7.1.3	Approximationsfehler	205
7.1.4	Minimax-Eigenschaft der Tschebyscheff-Polynome	206
7.2	Trigonometrische Interpolation	210
7.3	Bézier-Technik	217
7.3.1	Bernstein-Polynome und Bézier-Darstellung	219
7.3.2	Algorithmus von de Casteljau	225
7.4	Splines	234
7.4.1	Splineräume und B-Splines	234
7.4.2	Splineinterpolation	243
7.4.3	Berechnung kubischer Splines	247

7.5	Übungen	251
8	Große symmetrische Gleichungssysteme und Eigenwertprobleme	255
8.1	Klassische Iterationsverfahren	257
8.2	Tschebyscheff-Beschleunigung	263
8.3	Verfahren der konjugierten Gradienten	269
8.4	Vorkonditionierung	277
8.5	Lanczos-Methoden	283
8.6	Übungen	288
9	Bestimmte Integrale	293
9.1	Quadraturformeln	294
9.2	Newton-Cotes-Formeln	298
9.3	Gauß-Christoffel-Quadratur	304
9.3.1	Konstruktion der Quadraturformeln	305
9.3.2	Berechnung der Knoten und Gewichte	310
9.4	Klassische Romberg-Quadratur	313
9.4.1	Asymptotische Entwicklung der Trapezsumme	313
9.4.2	Idee der Extrapolation	316
9.4.3	Details des Algorithmus	322
9.5	Adaptive Romberg-Quadratur	325
9.5.1	Adaptives Prinzip	327
9.5.2	Schätzung des Approximationsfehlers	329
9.5.3	Herleitung des Algorithmus	332
9.6	Schwierige Integranden	338
9.7	Adaptive Mehrgitter-Quadratur	342
9.7.1	Lokale Fehlerschätzung und Verfeinerungsregeln	343
9.7.2	Globale Fehlerschätzung und Details des Algorithmus	347
9.8	Übungen	351
	Literaturverzeichnis	355
	Index	365