

# Inhalt

<b>1</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>1</b>
1.1	Auflösung gestaffelter Systeme	2
1.2	Gaußsche Eliminationsmethode	4
1.3	Pivot-Strategien und Nachiteration	7
1.4	Cholesky-Verfahren für symmetrische, positiv definite Matrizen	15
1.5	Übungen	18
<b>2</b>	<b>Fehleranalyse</b>	<b>23</b>
2.1	Fehlerquellen	24
2.2	Kondition eines Problems	26
2.2.1	Normweise Konditionsanalyse	28
2.2.2	Komponentenweise Konditionsanalyse	34
2.3	Stabilität eines Algorithmus	39
2.3.1	Vorwärts- und Rückwärtsanalyse	40
2.3.2	Stabilitätsindikator	45
2.4	Anwendung auf lineare Gleichungssysteme	50
2.4.1	Lösbarkeit unter der Lupe	50
2.4.2	Rückwärtsanalyse der Gauß-Elimination	52
2.4.3	Beurteilung von Näherungslösungen	54
2.5	Übungen	56
<b>3</b>	<b>Lineare Ausgleichsprobleme</b>	<b>61</b>
3.1	Gaußsche Methode der kleinsten Fehlerquadrate	61
3.1.1	Problemstellung	61
3.1.2	Normalgleichungen	64
3.2	Orthogonalisierungsverfahren	68
3.2.1	Givens-Rotationen	70
3.2.2	Householder-Reflexionen	72
3.3	Verallgemeinerte Inverse und Kondition	77
3.4	Übungen	84
<b>4</b>	<b>Nichtlineare Gleichungssysteme und Ausgleichsprobleme</b>	<b>87</b>
4.1	Fixpunktiteration	87

4.2	Newton-Verfahren für nichtlineare Gleichungssysteme . . . . .	92
4.3	Gauß-Newton-Verfahren für nichtlineare Ausgleichsprobleme . . . . .	99
4.4	Parameterabhängige nichtlineare Gleichungssysteme . . . . .	106
4.4.1	Lösungsstruktur . . . . .	107
4.4.2	Fortsetzungsmethoden . . . . .	109
4.5	Übungen . . . . .	124
<b>5</b>	<b>Symmetrische Eigenwertprobleme . . . . .</b>	<b>129</b>
5.1	Kondition des allgemeinen Eigenwertproblems . . . . .	129
5.2	Vektoriteration . . . . .	132
5.3	<i>QR</i> -Algorithmus für symmetrische Eigenwertprobleme . . . . .	136
5.4	Singulärwertzerlegung . . . . .	143
5.5	Übungen . . . . .	149
<b>6</b>	<b>Drei-Term-Rekursionen . . . . .</b>	<b>151</b>
6.1	Theoretische Grundlagen . . . . .	153
6.1.1	Orthogonalität und Drei-Term-Rekursionen . . . . .	153
6.1.2	Homogene und inhomogene Rekursionen . . . . .	156
6.2	Numerische Aspekte . . . . .	159
6.2.1	Kondition . . . . .	161
6.2.2	Idee des Miller-Algorithmus . . . . .	168
6.3	Adjungierte Summation . . . . .	170
6.3.1	Summation von dominanten Lösungen . . . . .	171
6.3.2	Summation von Minimallösungen . . . . .	174
6.4	Übungen . . . . .	178
<b>7</b>	<b>Interpolation und Approximation . . . . .</b>	<b>181</b>
7.1	Klassische Polynom-Interpolation . . . . .	182
7.1.1	Eindeutigkeit, Kondition und Approximationsfehler . . . . .	182
7.1.2	Algorithmus von Aitken-Neville . . . . .	187
7.1.3	Newtonsche dividierte Differenzen . . . . .	189
7.2	Tschebyscheff-Polynome und trigonometrische Interpolation . . . . .	196
7.2.1	Minimax-Eigenschaft der Tschebyscheff-Polynome . . . . .	196
7.2.2	Schnelle Fourier-Transformation . . . . .	200
7.3	Bézier-Technik . . . . .	203
7.3.1	Bernstein-Polynome und Bézier-Darstellung . . . . .	204
7.3.2	Algorithmus von de Casteljau . . . . .	211
7.4	Splines . . . . .	220
7.4.1	Splineräume und B-Splines . . . . .	220
7.4.2	Splineinterpolation . . . . .	228
7.4.3	Berechnung kubischer Splines . . . . .	232
7.5	Übungen . . . . .	236

<b>8</b>	<b>Große symmetrische Gleichungssysteme und Eigenwertprobleme</b>	239
8.1	Klassische Iterationsverfahren	241
8.2	Tschebyscheff-Beschleunigung	247
8.3	Verfahren der konjugierten Gradienten	253
8.4	Vorkonditionierung	260
8.5	Lanczos-Methoden	264
8.6	Übungen	269
<b>9</b>	<b>Bestimmte Integrale</b>	273
9.1	Newton-Cotes-Formeln	274
9.2	Gauß-Christoffel-Quadratur	278
9.3	Klassische Romberg-Quadratur	285
9.3.1	Asymptotische Entwicklung der Trapezsumme	285
9.3.2	Idee der Extrapolation	288
9.3.3	Details des Algorithmus	294
9.4	Adaptive Romberg-Quadratur	298
9.4.1	Adaptives Prinzip	298
9.4.2	Schätzung des Approximationsfehlers	301
9.4.3	Herleitung des Algorithmus	304
9.5	Schwierige Integranden	310
9.6	Adaptive Mehrgitter-Quadratur	313
9.6.1	Lokale Fehlerschätzung und Verfeinerungsregeln	314
9.6.2	Globale Fehlerschätzung und Details des Algorithmus	318
9.7	Übungen	321
	<b>Literaturverzeichnis</b>	325
	<b>Symbole</b>	331
	<b>Index</b>	333