

Inhaltsverzeichnis.

Erstes Kapitel.

Einleitendes aus der Kinematik.

	Seite
§ 1. Die Bewegung starrer Körper	1
§ 2. Der Eulersche Satz von der Drehung um einen Punkt	1
§ 3. Der Satz von Rodrigues und Hamilton	3
§ 4. Die Zusammensetzung entgegengesetzt gleicher Drehungen um parallele Achsen.	3
§ 5. Der Chaslessche Satz von der allgemeinsten Bewegung eines starren Körpers	4
§ 6. Halphens Satz von der Zusammensetzung zweier beliebiger Bewegungen	5
§ 7. Die analytische Darstellung einer Bewegung	6
§ 8. Die Zusammensetzung infinitesimaler Rotationen	7
§ 9. Eulers Parameterdarstellung der Rotation um einen Punkt	8
§ 10. Die Eulerschen Winkel.	9
§ 11. Zusammenhang der Eulerschen Winkel mit den Parametern ξ, η, ζ, χ	10
§ 12. Zusammenhang der Rotation mit den linearen Transformationen; die Cayley-Kleinschen Parameter	11
§ 13. Vektoren	14
§ 14. Geschwindigkeit und Beschleunigung; ihr Vektorcharakter	14
§ 15. Die Winkelgeschwindigkeit; ihr Vektorcharakter	15
§ 16. Die Komponenten der Winkelgeschwindigkeit eines Systems als Funktionen der Eulerschen Winkel bzw. der Eulerschen Parameter	16
§ 17. Die zeitliche Ableitung eines Vektors, dessen Komponenten nach bewegten Achsen gegeben sind.	17
§ 18. Spezielle Komponentenzersetzung der Geschwindigkeit und Beschleunigung	19
Übungsaufgaben	24

Zweites Kapitel.

Die Bewegungsgleichungen.

§ 19. Die Begriffe der Ruhe und Bewegung	28
§ 20. Die Gesetze der Bewegung	29
§ 21. Kraft	31
§ 22. Arbeit	32
§ 23. Kräfte, die keine Arbeit leisten	33
§ 24. Die Koordinaten eines dynamischen Systems	35
§ 25. Holonome und nicht-holonome Systeme	36
§ 26. Die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen eines holonomen Systems	37
§ 27. Konservative Kräfte; das kinetische Potential	40
§ 28. Die explizite Form der Lagrangeschen Gleichungen	41

	Seite
§ 29. Die Bewegung eines Systems, das gezwungen ist, gleichförmig um eine Achse zu rotieren	42
§ 30. Die Lagrangeschen Gleichungen in Quasi-Koordinaten	44
§ 31. Kräfte, die aus einer von den Geschwindigkeiten abhängigen Potentialfunktion entspringen	47
§ 32. Anfangsbewegungen	48
§ 33. Ähnlichkeit dynamischer Systeme	49
§ 34. Bewegung bei Umkehrung der Krafrichtung.	50
§ 35. Stoßbewegung	51
§ 36. Die Lagrangeschen Gleichungen der Stoßbewegung	53
Übungsaufgaben	54

Drittes Kapitel.

Integrationsprinzipien.

§ 37. Durch Quadraturen lösbare Probleme	55
§ 38. Systeme mit zyklischen Koordinaten	57
§ 39. Spezielle Fälle der Reduktion: die Integrale der Bewegungsgröße und des Moments der Bewegungsgröße	61
§ 40. Der allgemeine Satz von dem Moment der Bewegungsgröße	64
§ 41. Die Energiegleichung	65
§ 42. Reduktion eines dynamischen Problems auf ein Problem mit weniger Freiheitsgraden mit Hilfe der Energiegleichung	67
§ 43. Trennung der Veränderlichen; dynamische Systeme vom Liouville'schen Typus	71
Übungsaufgaben	73

Viertes Kapitel.

Die lösbaren Probleme der Punktdynamik.

§ 44. Der Massenpunkt mit einem Freiheitsgrad; das Pendel	75
§ 45. Bewegung eines Punktes auf einer bewegten Kurve	78
§ 46. Bewegung zweier freier Massenpunkte unter gegenseitiger Einwirkung	80
§ 47. Allgemeiner Fall der Zentralkräfte. Der Satz von Hamilton.	81
§ 48. Durch Quadraturen lösbare Fälle von Zentralbewegung; Integration mit Kreisfunktionen und elliptischen Funktionen	85
§ 49. Bewegung nach dem Newtonschen Anziehungsgesetz	91
§ 50. Das Feld einer Zentralkraft und das Feld einer Parallelkraft in ihrer Wechselbeziehung.	98
§ 51. Der Satz von Bonnet	99
§ 52. Bestimmung des allgemeinsten Kraftfeldes, in dem eine gegebene Kurve oder Kurvenschar beschrieben werden kann	100
§ 53. Das Problem der zwei Anziehungszentren	102
§ 54. Bewegung auf einer Fläche	104
§ 55. Bewegung auf einer Rotationsfläche; die durch Kreisfunktionen und elliptische Funktionen lösbaren Fälle	108
§ 56. Der Satz von Joukowski	115
Übungsaufgaben	117

Fünftes Kapitel

Das dynamische Verhalten starrer Körper.

	Seite
§ 57. Definitionen	123
§ 58. Trägheitsmomente einfacher Körper	124
§ 59. Bestimmung des Trägheitsmoments um eine beliebige Achse aus dem Trägheitsmoment um eine parallele Achse durch den Schwerpunkt	127
§ 60. Der Zusammenhang der Trägheitsmomente in bezug auf verschiedene Koordinatensysteme mit gemeinsamem Ursprung	128
§ 61. Die Hauptträgheitsachsen; das Cauchysche Trägheitsellipsoid . . .	130
§ 62. Berechnung des Moments der Bewegungsgröße eines bewegten starren Körpers	130
§ 63. Berechnung der kinetischen Energie eines bewegten starren Körpers	132
§ 64. Unabhängigkeit der Bewegung des Schwerpunkts und der Bewegung relativ zum Schwerpunkt voneinander	133
Übungsaufgaben	135

Sechstes Kapitel.

Die lösbaren Probleme der Dynamik starrer Körper.

§ 65. Die Bewegung eines Systems mit einem Freiheitsgrad; Bewegung um eine feste Achse usw.	138
§ 66. Die Bewegung eines Systems mit zwei Freiheitsgraden	144
§ 67. Anfangsbewegungen	148
§ 68. Die Bewegung von Systemen mit drei Freiheitsgraden	151
§ 69. Kräftefreie Bewegung eines Körpers um einen festen Punkt	152
§ 70. Die kinematische Darstellung der Bewegung nach Poinso't; Polhodie und Herpolhodie	161
§ 71. Bewegung eines Kreisels auf einer völlig rauhen Ebene; Bestimmung des Eulerschen Winkels ϑ	164
§ 72. Bestimmung der übrigen Eulerschen Winkel und der Cayley-Kleinschen Parameter; der Kugelkeisel	168
§ 73. Die Bewegung eines Kreisels auf einer glatten Ebene	173
§ 74. Der Kowalewskische Keisel	174
§ 75. Stoßbewegung	177
Übungsaufgaben	180

Siebentes Kapitel.

Theorie der Schwingungen.

§ 76. Schwingungen um eine Gleichgewichtslage	188
§ 77. Normalkoordinaten	190
§ 78. Der Satz von Sylvester über die Realität der Wurzeln der Determinantengleichung	194
§ 79. Integration der Differentialgleichungen. Die Perioden. Stabilität. .	196
§ 80. Beispiele von Schwingungen um eine Gleichgewichtslage	198
§ 81. Die Wirkung einer neuen Bindung auf die Perioden eines schwingenden Systems	202
§ 82. Der stationäre Charakter der Normalschwingungen	204
§ 83. Schwingungen um einen stationären Bewegungszustand	205
§ 84. Die Integration der Gleichungen	208
§ 85. Beispiele von Schwingungen um einen stationären Bewegungszustand	216
§ 86. Schwingungen von Systemen mit veränderlichen Bindungen	220
Übungsaufgaben	221

Achstes Kapitel.

Nicht-holonome Systeme. Systeme mit Energiezerstreuung.

	Seite
§ 87. Lagrangesche Gleichungen mit unbestimmten Multiplikatoren	227
§ 88. Bewegungsgleichungen, bezogen auf beliebig bewegte Achsen	229
§ 89. Anwendung auf spezielle nicht-holonome Systeme.	231
§ 90. Schwingungen nicht-holonomer Systeme	234
§ 91. Systeme mit Energiezerstreuung. Reibungskräfte	240
§ 92. Von der Geschwindigkeit abhängige Widerstandskräfte	242
§ 93. Die Zerstreuungsfunktion von Rayleigh	244
§ 94. Schwingungen von Systemen mit Energiezerstreuung	245
§ 95. Der Stoß	247
§ 96. Der Energieverlust beim Stoß	248
§ 97. Beispiele für Stoßbewegungen.	249
Übungsaufgaben	252

Neuntes Kapitel.

Die Prinzipien der kleinsten Wirkung und kleinsten Krümmung.

§ 98. Die Bahn eines dynamischen Systems	259
§ 99. Das Hamiltonsche Prinzip für konservative holonome Systeme	259
§ 100. Das Prinzip der kleinsten Wirkung für konservative holonome Systeme	261
§ 101. Ausdehnung des Hamiltonschen Prinzips auf nicht-konservative dynamische Systeme	263
§ 102. Ausdehnung des Hamiltonschen Prinzips und des Prinzips der kleinsten Wirkung auf nicht-holonome Systeme	264
§ 103. Sind die stationären Integrale Minima? Kinetische Brennpunkte	265
§ 104. Darstellung der Bewegung eines dynamischen Systems mit Hilfe der geodätischen Linien	269
§ 105. Das Gauß-Hertzsche Prinzip der geradesten Bahn	270
§ 106. Die Krümmung der Bahn als Funktion der allgemeinen Koordinaten	272
§ 107. Die Appellschen Gleichungen	274
§ 108. Der Bertrandsche Satz	276
Übungsaufgaben	277

Zehntes Kapitel.

Hamiltonsche Systeme und ihre Integralinvarianten.

§ 109. Die Hamiltonsche Form der Bewegungsgleichungen	279
§ 110. Aus Variationsproblemen hervorgehende Gleichungen	281
§ 111. Integralinvarianten	283
§ 112. Die Variationsgleichungen	284
§ 113. Integralinvarianten erster Ordnung	285
§ 114. Relative Integralinvarianten	287
§ 115. Eine allen Hamiltonschen Systemen gemeinsame relative Integralinvariante	288
§ 116. Über die Systeme mit der relativen Integralinvariante $\int \sum p \delta q$	289
§ 117. Die Integralinvarianten als Funktionen der Integrale	290
§ 118. Der Satz von Lie und Koenigs	291
§ 119. Der letzte Multiplikator	292

	Seite
§ 120. Ableitung eines Integrals aus zwei Multiplikatoren	296
§ 121. Anwendung der Theorie des letzten Multiplikators auf Hamiltonsche Systeme; Benutzung eines einzigen bekannten Integrals	297
§ 122. Integralinvarianten, deren Ordnung gleich der Ordnung des Systems ist	300
§ 123. Reduktion von Differentialgleichungen auf die Lagrangesche Form.	301
§ 124. Der Spezialfall, daß die kinetische Energie eine quadratische Funktion der Geschwindigkeiten ist	302
Übungsaufgaben	303

Elftes Kapitel.

Die Transformationstheorie der Dynamik.

§ 125. Hamiltons charakteristische Funktion; Berührungstransformationen.	306
§ 126. Berührungstransformationen im Raum von beliebig vielen Dimensionen	311
§ 127. Die bilineare Kovariante einer allgemeinen Differentialform	314
§ 128. Die Bedingungen für eine Berührungstransformation, ausgedrückt durch die bilineare Kovariante.	315
§ 129. Die Bedingungen für eine Berührungstransformation, dargestellt mit Hilfe der Lagrangeschen Klammerausdrücke	316
§ 130. Die Poissonschen Klammerausdrücke	317
§ 131. Die Bedingungen für eine Berührungstransformation, dargestellt mit Hilfe der Poissonschen Klammerausdrücke	319
§ 132. Die Untergruppen der Mathieschen Transformationen und erweiterten Punkttransformationen	320
§ 133. Infinitesimale Berührungstransformationen	321
§ 134. Die neue Auffassung der Dynamik auf Grund der Berührungstransformationen	323
§ 135. Der Reziprozitätssatz von Helmholtz	323
§ 136. Der Jacobische Satz von der Transformation eines gegebenen dynamischen Systems in ein anderes dynamisches System	325
§ 137. Darstellung eines dynamischen Problems durch eine Differentialform	326
§ 138. Die Hamiltonsche Funktion der transformierten Gleichungen	328
§ 139. Transformationen, bei denen auch die unabhängige Veränderliche transformiert wird	330
§ 140. Neue Formulierung des Integrationsproblems	330
Übungsaufgaben	331

Zwölftes Kapitel.

Die Eigenschaften der Integrale dynamischer Systeme.

§ 141. Reduktion der Ordnung eines Hamiltonschen Systems mit Hilfe des Energieintegrals	333
§ 142. Die Hamiltonsche partielle Differentialgleichung	334
§ 143. Das Hamiltonsche Integral als Lösung der Hamiltonschen partiellen Differentialgleichung	337
§ 144. Der Zusammenhang der Integrale mit den infinitesimalen Transformationen des Systems	339
§ 145. Der Poissonsche Satz	340
§ 146. Die Konstanz der Lagrangeschen Klammerausdrücke	342
§ 147. Involutionssysteme	342

	Seite
§ 148. Lösung eines dynamischen Problems, von dem die Hälfte der Integrale bekannt ist	343 ¹
§ 149. Der Satz von Levi-Civita	346
§ 150. Systeme mit in den Bewegungsgrößen linearen Integralen	349
§ 151. Bestimmung der auf ein System wirkenden Kräfte, wenn ein Integral bekannt ist	352
§ 152. Anwendung auf das Problem eines Massenpunktes, dessen Bewegungsgleichungen ein in den Geschwindigkeiten quadratisches Integral besitzen	353
§ 153. Allgemeine dynamische Systeme mit Integralen, die quadratische Funktionen der Geschwindigkeiten sind	356
Übungsaufgaben	357

Dreizehntes Kapitel.

Die Reduktion des Dreikörperproblems.

§ 154. Einleitung	360
§ 155. Die Differentialgleichungen des Problems	361
§ 156. Die Jacobische Gleichung	363
§ 157. Reduktion auf die 12. Ordnung mit Hilfe der Integrale der Schwerpunktsbewegung	364
§ 158. Reduktion auf die 8. Ordnung mit Hilfe der Integrale des Moments der Bewegungsgröße und der Elimination der Knoten	366
§ 159. Reduktion auf die 6. Ordnung	369
§ 160. Eine andere Methode zur Reduktion des Systems von der 18. auf die 6. Ordnung	370
§ 161. Das ebene Dreikörperproblem.	373
§ 162. Das eingeschränkte Dreikörperproblem.	376
§ 163. Übertragung auf das n -Körperproblem	379
Übungsaufgaben	379

Vierzehntes Kapitel.

Die Sätze von Bruns und Poincaré.

§ 164. Der Satz von Bruns	381
§ 165. Der Satz von Poincaré.	406

Fünfzehntes Kapitel.

Allgemeine Theorie der Bahnkurven.

§ 166. Einleitung	414
§ 167. Periodische Lösungen	414
§ 168. Poincarés Normalkoordinaten für eine bekannte periodische Bahnkurve	415
§ 169. Ein Kriterium zur Auffindung periodischer Bahnkurven.	416
§ 170. Lagranges drei Massenpunkte	419
§ 171. Die Stabilität der Lagrangeschen Massenpunkte; benachbarte periodische Bahnen	422
§ 172. Die Differentialgleichung der Normalverrückung aus einer Bahnkurve	424
§ 173. Der Satz von Korteweg	425

	Seite
§ 174. Der Stabilitätsindex	427
§ 175. Charakteristische Exponenten	429
§ 176. Eigenschaften der charakteristischen Exponenten	431
§ 177. Anziehende und abstoßende Bereiche eines Kraftfeldes	432
§ 178. Anwendung des Energieintegrals auf das Stabilitätsproblem	436
§ 179. Verwertung von Integralinvarianten für Stabilitätsuntersuchungen	437
Übungsaufgaben	437

Sechszehntes Kapitel.

Integration durch trigonometrische Reihen.

§ 180. Reihen, die für alle Werte der Zeit konvergieren; Poincarésche Reihen	440
§ 181. Die Regularisierung des Dreikörperproblems	441
§ 182. Trigonometrische Reihen	443
§ 183. Beseitigung von Gliedern 1. Grades aus der Energiefunktion	444
§ 184. Bestimmung der Normalkoordinaten durch eine Berührungstransformation	445
§ 185. Transformation von H in die trigonometrische Form	448
§ 186. Andere Bewegungstypen, die auf Gleichungen derselben Form führen	450
§ 187. Beseitigung eines periodischen Gliedes aus H	451
§ 188. Beseitigung weiterer periodischer Glieder aus H	454
§ 189. Rückkehr zu den ursprünglichen Koordinaten	455
Übungsaufgaben	456
Namenverzeichnis	457
Sachverzeichnis	459