

INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort	11
1. <i>Mathematische Hilfsmittel</i>	13
1.1. Summen	13
1.1.1. Begriff der Summe	13
1.1.2. Regeln für das Rechnen mit Summen	15
1.1.3. Doppelsummen	19
1.1.4. Arithmetische und geometrische Folge	21
1.1.5. Arithmetisches Mittel	26
1.2. Produkte	28
1.2.1. Begriff des Produktes	28
1.2.2. Regeln für das Rechnen mit Produkten	30
1.2.3. Geometrisches Mittel	33
1.3. Ungleichungen	34
1.3.1. Begriff der Ungleichung	34
1.3.2. Regeln für das Rechnen mit Ungleichungen	35
1.3.3. Ungleichungen mit Unbekannten	38
1.3.4. Ungleichungen in der Ökonomie	39
1.4. Absolute Beträge	41
1.5. Binomischer Satz	43
1.5.1. Problemstellung	43
1.5.2. Binomialkoeffizienten	44
1.5.3. Beweis des binomischen Satzes	47
1.6. Logarithmen	49
1.6.1. Begriff des Logarithmus	49
1.6.2. Regeln für das Rechnen mit Logarithmen	51
1.6.3. Exponentialgleichungen	53
1.7. Vermischte Aufgaben aus dem Gebiet der mathematischen Hilfsmittel	54
Ü 1 Übungsaufgaben zu 1	64
L 1 Lösungen zu Ü 1	66
2. <i>Lineare Gleichungssysteme</i>	67
2.1. Begriff des linearen Gleichungssystems	67
2.2. Lösungsmethoden für den Hauptfall des inhomogenen linearen Gleichungssystems	67

2.2.1.	Lösung unter Benutzung von Determinanten	67
2.2.2.	Gaußscher Algorithmus	79
2.3.	Matrizen	85
2.3.1.	Matrizenbegriff	86
2.3.2.	Regeln für das Rechnen mit Matrizen	89
2.3.3.	Inverse Matrix	97
2.3.4.	Lineare Gleichungssysteme in Matrixschreibweise	102
2.4.	Allgemeine lineare Gleichungssysteme	107
2.4.1.	Lineare Abhängigkeit von Vektoren	107
2.4.2.	Rang einer Matrix	110
2.4.3.	Allgemeine inhomogene Gleichungssysteme	114
2.4.4.	Allgemeine homogene Gleichungssysteme	119
2.4.5.	Beziehung zwischen inhomogenen und homogenen Gleichungssystemen	122
2.5.	Lineare mathematisch-ökonomische Modelle	123
2.5.1.	Volkswirtschaftliches Verflechtungsmodell	123
2.5.2.	Betriebswirtschaftliches Verflechtungsmodell	131
2.6.	Vermischte Aufgaben aus dem Gebiet der linearen Gleichungssysteme	149
Ü 2	Übungsaufgaben zu 2	157
L 2	Lösungen zu Ü 2	160
3.	<i>Lineare Optimierung</i>	162
3.1.	Problemstellung der linearen Optimierung	162
3.2.	Graphische Interpretation der linearen Optimierung	165
3.3.	Simplexverfahren	173
3.3.1.	Vorbemerkungen zum Simplexverfahren	174
3.3.2.	Theoretische Fragen des Simplexverfahrens	177
3.3.3.	Technik des Simplexverfahrens	183
3.3.4.	Numerisches Beispiel zum Simplexverfahren	185
3.4.	LO-Probleme in der Ökonomie	191
3.4.1.	Betriebswirtschaftliches LO-Problem	191
3.4.2.	Volkswirtschaftliches LO-Problem	193
3.4.3.	Transportproblem	195
3.4.4.	Zuordnungsproblem	206
3.5.	Ausblick auf die Problemstellung der nichtlinearen Optimierung	207
3.6.	Vermischte Aufgaben aus dem Gebiet der linearen Optimierung	208
Ü 3	Übungsaufgaben zu 3	215
L 3	Lösungen zu Ü 3	218
4.	<i>Differentialrechnung mit einer unabhängigen Variablen</i>	221
4.1.	Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	221
4.1.1.	Ganze rationale Funktionen	221
4.1.2.	Allgemeine rationale Funktionen	228
4.1.3.	Nichtrationale Funktionen	232

4.1.4.	Algebraische und transzendente Funktionen	236
4.2.	Grenzwert und Stetigkeit	237
4.2.1.	Grenzwert	237
4.2.2.	Stetigkeit	240
4.3.	Problemstellung der Differentialrechnung mit einer unabhängigen Variablen	242
4.3.1.	Tangentenproblem	242
4.3.2.	Ableitungen der Funktionen $y = x^n$ und $y = C$	246
4.3.3.	Ableitungen einiger transzendenter Funktionen	249
4.4.	Allgemeine Differentiationsregeln	251
4.4.1.	Differentiation der Summe	251
4.4.2.	Differentiation des Produktes und Kettenregel	252
4.4.3.	Differentiation des Quotienten	258
X 4.4.4.	Übungsaufgaben zur formalen Differentiation	261
4.5.	Taylorscher Satz	264
4.5.1.	Allgemeine Darstellung des Taylorschen Satzes	264
4.5.2.	Spezielle Taylor-Entwicklungen	267
4.6.	Extrema und Wendepunkte	270
4.6.1.	Ermittlung der Extrema	270
4.6.2.	Ermittlung der Wendepunkte	272
4.6.3.	Extrema in der Ökonomie	276
4.7.	Vermischte Aufgaben aus dem Gebiet der Differentialrechnung mit einer unabhängigen Variablen	283
✓ Ü 4	Übungsaufgaben zu 4	292
L 4	Lösungen zu Ü 4	294
5.	<i>Differentialrechnung mit mehreren unabhängigen Variablen</i>	295
5.1.	Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	295
5.2.	Problemstellung der Differentialrechnung mit mehreren unabhängigen Variablen	296
✓ 5.3.	Formale Differentiationsübungen	298
5.4.	Extrema	300
5.4.1.	Extrema ohne Nebenbedingungen	300
5.4.2.	Extrema mit Nebenbedingungen	302
5.4.3.	Extremwertberechnungen in der Ökonomie	307
5.5.	Methode der kleinsten Quadratsumme	310
5.5.1.	Prinzip der Methode der kleinsten Quadratsumme	311
5.5.2.	Beispiele zur Methode der kleinsten Quadratsumme	312
5.6.	Vermischte Aufgaben aus dem Gebiet der Differentialrechnung mit mehreren unabhängigen Variablen	322
✓ Ü 5	Übungsaufgaben zu 5	330
L 5	Lösungen zu Ü 5	331

6.	<i>Integralrechnung</i>	333
6.1.	Problemstellung der Integralrechnung	333
6.1.1.	Bestimmtes Integral	333
6.1.2.	Unbestimmtes Integral	338
6.2.	Integrationsmethoden	342
6.2.1.	Integration von Summen	342
6.2.2.	Integration von Produkten	343
6.2.3.	Integration durch Substitution	347
6.2.4.	Integration von Quotienten	348
6.3.	Beispiele für Integrale in Geometrie und Technik	349
6.3.1.	Flächen- und Volumenbestimmung	351
6.3.2.	Geschwindigkeit und Beschleunigung	355
6.4.	Ökonomische Integralmodelle	357
6.4.1.	Wachstumsmodelle	357
6.4.2.	Kontinuierliche Tilgungsrechnung	360
6.4.3.	Problem der technischen Lebensdauer	363
6.5.	Vermischte Aufgaben aus dem Gebiet der Integralrechnung	366
Ü 6	Übungsaufgaben zu 6	370
L 6	Lösungen zu Ü 6	370
7.	<i>Differentialgleichungen</i>	371
7.1.	Allgemeines über Differentialgleichungen	371
7.2.	Differentialgleichungen erster Ordnung	372
7.2.1.	Isoklinen	373
7.2.2.	Lösung durch Trennung der Variablen	375
7.2.3.	Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung	377
7.3.	Differentialgleichungen höherer Ordnung	381
7.3.1.	Elementar integrierbare Differentialgleichungen	381
7.3.2.	Lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung mit allgemeinen Koeffizienten	383
7.3.3.	Lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten	389
7.4.	Systeme von Differentialgleichungen	396
7.4.1.	Allgemeine Bemerkungen zu Differentialgleichungssystemen	396
7.4.2.	Lineare Differentialgleichungssysteme mit konstanten Koeffizienten	397
7.5.	Differentialgleichungen in der Ökonomie	405
7.5.1.	Gompertz-Makehamsche Formel	405
7.5.2.	Gesamtheitenzerfall	407
7.5.3.	Differentialgleichung des Tilgungsvorgangs	409
7.5.4.	Differentialgleichung eines Konsumtionsproblems	411
7.5.5.	Ökonomische Schwingungsvorgänge	412
7.5.6.	Dynamische Verflechtungsmodelle	414
7.6.	Ausblick auf partielle Differentialgleichungen	416
7.7.	Vermischte Aufgaben aus dem Gebiet der Differentialgleichungen	417

Ü 7	Übungsaufgaben zu 7	429
L 7	Lösungen zu Ü 7	430
A 7	Anhang zu 7: Eulersche Formel	431
8.	<i>Wahrscheinlichkeitsrechnung</i>	433
8.1.	Wahrscheinlichkeiten	434
8.1.1.	Begriff der Wahrscheinlichkeit	434
8.1.2.	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	437
8.2.	Verteilungsfunktionen von zufälligen Variablen	439
8.2.1.	Allgemeines über Verteilungsfunktionen einer Zufallsvariablen	439
8.2.2.	Binomialverteilung	443
8.2.3.	Polyasche Verteilung	453
8.2.4.	Gaußsche Verteilung	456
8.3.	Wahrscheinlichkeitsrechnung und Ökonomie	464
8.3.1.	Tschebyscheffsche Ungleichung	464
8.3.2.	Statistische Sicherheit	465
8.3.3.	Stochastisches Lagerhaltungsmodell	467
8.3.4.	Warteschlangenmodell	470
Ü 8	Übungsaufgaben zu 8	476
L 8	Lösungen zu Ü 8	476
	<i>Sachwortverzeichnis</i>	477