

Inhaltsverzeichnis

1. Mengen, Zahlen und Funktionen	1
1.1 Mengen	1
1.1.1 Der Mengenbegriff	1
1.1.2 Definitionen	1
1.2 Zahlen	2
1.2.1 Einleitung	2
1.2.2 Über das System der reellen Zahlen	3
1.2.3 Einiges über Ungleichungen und den absoluten Betrag	5
a) Ungleichungen	5
b) Intervalle	6
c) Vorzeichen und absoluter Betrag	6
1.2.4 Beschränkte Zahlenmengen	7
1.2.5 Zahlen und Größen in der Ökonomie	8
1.3 Funktionen	10
1.3.1 Der Funktionsbegriff	10
1.3.2 Graphische Darstellung	12
1.3.3 Die elementaren Funktionen	17
a) Die rationalen Funktionen	17
b) Algebraische Funktionen	17
c) Die trigonometrischen Funktionen	18
d) Die Exponentialfunktion und die Logarithmusfunktion	18
1.3.4 Folgen (Funktionen mit ganzzahligen Veränderlichen)	20
1.4 Funktionen in der Wirtschaftswissenschaft	22
1.4.1 Die Nachfragefunktionen	22
1.4.2 Produktionsfunktionen	24
1.4.3 Kostenfunktionen	26
1.4.4 Die Angebotsfunktion	27
1.4.5 Die Konsumfunktion	28
1.4.6 Die Investitionsfunktion	29
1.4.7 Die aggregierte Produktionsfunktion	29
1.4.8 Die aggregierte Angebotsfunktion	29
1.4.9 Die Nachfrage nach Transaktionskasse	30

1.4.10 Die Liquiditätspräferenzfunktion (Liquidity preference)	30
1.5 Grenzwerte von Zahlenfolgen	31
1.5.1 Die beschränkten Zahlenfolgen	31
1.5.2 Definition des Häufungspunktes einer Folge	31
1.5.3 Monotone und konvergente Zahlenfolgen	32
1.5.4 Die Zahl e	33
1.5.5 Das Rechnen mit Grenzwerten	35
1.6 Grenzwerte von Funktionen	37
1.7 Stetige Funktionen	41
1.7.1 Definition der Stetigkeit	41
1.7.2 Eigenschaften stetiger Funktionen	44
1.7.3 Die Stetigkeit ökonomischer Funktionen	48
1.8 Anhang zum 1. Kapitel	50
1.8.1 Die Polarkoordinaten	50
1.8.2 Kurvenscharen	51
1.8.3 Die komplexen Zahlen	53
Der Begriff der komplexen Zahl	54
1.8.4 Das Rechnen mit komplexen Zahlen	55
a) Addition und Subtraktion	55
b) Multiplikation	56
c) Division	56
d) Das Potenzieren	57
e) Das Radizieren	58
2. Differentialrechnung	60
2.1 Einleitung	60
2.2 Der Differentialquotient	60
2.2.1 Definition des Differentialquotienten	60
2.2.2 Stetigkeit und Differenzierbarkeit einer Funktion	62
2.2.3 Ein physikalisches Beispiel	63
2.2.4 Ein ökonomisches Beispiel	64
2.2.5 Direkte Berechnung der ersten Ableitung	65
2.2.6 Ökonomische Begriffe, die auf Ableitungen beruhen	65
2.3 Differentiationsregeln	66
2.3.1 Die Differentiation der Funktionen $f(x) = c = \text{const.}$ und $g(x) = x$	66
2.3.2 Die Differentiation der Summe zweier Funktionen	67

2.3.3	Die Differentiation eines Produktes zweier Funktionen	67
2.3.4	Die Differentiation der Potenzfunktion $f(x) = x^n$	69
2.3.5	Die Differentiation des Quotienten zweier Funktionen	70
2.3.6	Die Differentiation der inversen Funktion	71
2.3.7	Die Kettenregel oder die Differentiation von zusammengesetzten Funktionen.	73
2.4	Die Exponentialfunktion und die Logarithmusfunktion	76
2.4.1	Eigenschaften der Exponentialfunktion	76
2.4.2	Eigenschaften der Logarithmusfunktion	76
2.4.3	Beziehungen zwischen Logarithmusfunktionen mit verschiedener Basis	77
2.4.4	Die Differentiation der Logarithmusfunktion	78
2.4.5	Die Differentiation der Exponentialfunktion	79
2.5	Wachstumsraten	79
2.5.1	Stetiges Wachstum mit konstanter Rate	79
2.5.2	Zins und Zinseszins	81
2.6	Die logarithmische Ableitung und die Elastizität einer Funktion	83
2.6.1	Die logarithmische Darstellung	83
2.6.2	Die logarithmische Ableitung.	84
2.6.3	Die Elastizität einer Funktion	86
2.6.4	Die Preiselastizität der Nachfrage	88
2.6.5	Die Elastizität anderer ökonomischer Funktionen	91
2.7	Die trigonometrischen Funktionen	92
2.7.1	Zusammenstellung einiger wichtiger Eigenschaften der trigonometrischen Funktionen	92
2.7.2	Die Differentiation der trigonometrischen Funktionen.	93
2.8	Die zyklometrischen Funktionen	95
2.8.1	Der Begriff der zyklometrischen Funktionen	95
2.8.2	Die Differentiation der zyklometrischen Funktionen.	98
2.9	Hyperbolische Funktionen	99
2.10	Der Mittelwertsatz der Differentialrechnung	101
2.10.1	Der Satz von Rolle.	101
2.10.2	Der Mittelwertsatz	102
2.10.3	Monotone Funktionen	103

2.11	Das Differential	104
2.11.1	Der Begriff des Differentials	104
2.11.2	Regeln für die Bildung des Differentials	106
2.11.3	Eine Anwendung des Differentials auf die Fehlerrechnung	107
2.12	Höhere Ableitungen	107
2.12.1	Der Begriff der höheren Ableitungen	107
2.12.2	Die n -te Ableitung eines Produktes	108
2.12.3	Ein physikalisches Beispiel	108
2.12.4	Ökonomische Beispiele	109
2.13	Konvexe und konkave Funktionen	111
2.13.1	Der Begriff der konvexen Funktion	111
2.13.2	Eigenschaften konvexer Funktionen	112
	Der Stützgeradensatz für konvexe Funktionen	113
2.13.3	Konvexe Bereiche	114
2.13.4	Konkave, quasikonkave und quasikonvexe Funktionen	114
2.13.5	Ökonomische Beispiele	115
3.	Diskussion von Funktionen	117
3.1	Allgemeine Kurvendiskussion	117
3.1.1	Erste Stufe	117
3.1.2	Zweite Stufe	120
	a) Das lokale Verhalten einer Funktion	120
	b) Eine globale Eigenschaft	122
3.1.3	Dritte Stufe	122
3.1.4	Ein Beispiel	125
3.1.5	Mathematische Beispiele zur Optimierung	127
3.2	Ökonomische Beispiele zur Optimierung	129
3.2.1	Gewinnmaximierung	129
3.2.2	Die optimale Einsatzmenge in der Produktion.	132
3.2.3	Stückkostenminimierung.	133
3.3	Spezielle Funktionen in der Ökonomie	135
3.3.1	Engel-Funktionen	135
3.3.2	Produktionsfunktionen	138
	a) Die lineare Produktionsfunktion	139
	b) Die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion	140
	c) Die gebrochene rationale Produktionsfunktion	141
	d) CES-Produktionsfunktion	142

4. Die Integralrechnung	146
4.1 Der Begriff des bestimmten Integrals	146
4.1.1 Einleitung	146
4.1.2 Die Definition des bestimmten Integrals	148
4.1.3 Sätze über das bestimmte Integral	151
4.2 Mittelwertsätze der Integralrechnung	153
4.3 Das unbestimmte Integral	155
4.3.1 Der Begriff des unbestimmten Integrals	155
4.3.2 Zusammenstellung unbestimmter Integrale	155
4.4 Der Hauptsatz der Integralrechnung	156
4.5 Die Substitutionsmethode	158
4.5.1 Die Substitutionsmethode für unbestimmte Integrale	158
4.5.2 Die Substitutionsmethode für bestimmte Integrale	162
4.6 Die Methode der partiellen Integration	165
4.7 Die Integration rationaler Funktionen	167
4.7.1 Eigenschaften rationaler Funktionen.	167
4.7.2 Partialbruchzerlegung rationaler Funktionen	168
4.7.3 Die Integration der rationalen Funktionen	172
4.8 Uneigentliche Integrale	176
4.8.1 Die Integration von Funktionen mit Sprungstellen	176
4.8.2 Die Integration von Funktionen mit Polen	177
4.8.3 Unendliche Integrationsintervalle	178
4.9 Einige ökonomische Anwendungen der Integralrechnung	180
4.9.1 Kapitalisierung	180
4.9.2 Konstante Abschreibungsrate.	182
4.9.3 Interner Zinssatz	182
4.9.4 Der Produktpreis bei räumlichem Marktgleichgewicht	183
4.9.5 Die Konsumentenrente	184
a) Lineare Nachfrage	185
b) Nachfragefunktion mit konstanter Elastizität.	185
5. Reihen	187
5.1 Begriffe und Definitionen	187
5.2 Reihen mit positiven Gliedern	191
5.2.1 Das Wurzelkriterium	192

5.2.2	Das Quotientenkriterium	193
5.2.3	Kriterien für die Divergenz.	193
5.3	Absolute und bedingte Konvergenz.	194
5.4	Ökonomische Beispiele	195
5.4.1	Der Multiplikatoreffekt bei einmaliger Investi- tion.	196
5.4.2	Der Multiplikatoreffekt bei andauernder Investi- tion.	196
5.4.3	Zinseszins	196
5.4.4	Der Kapitalwert eines Einkommenstromes	197
5.4.5	Annuitäten	198
5.5	Gleichmäßige Konvergenz	198
5.6	Potenzreihen	199
5.7	Taylorsche Formeln und Taylorsche Reihen	203
5.8	Die Berührung von Kurven und ein Kriterium für Extre- malstellen.	209
5.9	Unbestimmte Ausdrücke (die L'Hospitalsche Regel) . .	212
	Namen- und Sachverzeichnis	219