

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Für eine aktive und kommunikative Pädagogik	VII
---	-----

0 Die mathematische Tätigkeit 1

I	Verschiedene Gesichtspunkte des Mathematiker-Berufes	1
II	Was ist ein Problem?	1
III	Sich selbst Probleme stellen	4
IV	Die Heuristik	6
V	Mathematische Techniken	14
VI	Der Mathematik-Unterricht	19
VII	Lesen und Verfassen mathematischer Texte	23
VIII	Die Theorie und die Praxis	31

1 Die mathematische Sprache 39

I	Die Funktionen der Sprache	39
II	Motivationen für das Studium der Sprachen	40
III	Algorithmische Rolle der Sprache	41
IV	Übersicht über die Beschreibung der Sprachen	42
V	Übliche Grammatik und mathematische Sprache	46
VI	Formalisierte Sprachen	48
VII	Abkürzungen	50
VIII	Das Paradoxon von Richard	54
IX	Substitution	55
X	Über einige Inkohärenzen von Bezeichnungen	56
XI	„Stumme“ Variable	58

2 Logik 61

I	Die Wahrheit	61
II	Mathematische Theorien	64
III	Die Aussagenlogik	66

IV	Andere Beispiele mathematischer Theorien	69
V	Quantoren	72
VI	Übliche Logik	75
VII	Der Syllogismus	82
VIII	Das Gegenbeispiel	84

3 Mengenlehre 89

I	Der naive Standpunkt und seine Nachteile	89
II	Die Sprache der Mengenlehre	89
III	Die ersten Axiome und deren Konsequenzen	91
IV	Bestimmung einer Menge durch eine mengentheoretische Relation	92
V	Andere Konstruktionen von Mengen	93
VI	Geordnete Paare	95
VII	Quotientenmenge	98
VIII	Geordnete Mengen	99
IX	Das Auswahlaxiom	104
X	Kardinalzahlen	106
XI	Endliche Mengen	107
XII	Das Peanosche Axiomensystem	108
XIII	Das Unendliche und die Beweisführung durch vollständige Induktion	112
XIV	Vergleich von beliebigen Mengen	115
XV	Abzählbarkeit	117

4 Metrische und Topologische Fragen 121

I	Topologie für den angehenden Lehrer	121
II	Motivation für die Einführung der metrischen Räume	123
III	Beispiele von Metriken	125
IV	Stetige Abbildungen	130
V	Homöomorphie	135
VI	Orientierung	136
VII	Der reelle projektive Raum	141
VIII	Unendlich ferne Punkte	145
IX	Verschiedene Konzeptionen des Kurven-Begriffs	149
X	Einige singuläre Kurven	151
XI	Längen und Flächeninhalte	156
XII	Einige didaktische Geometrien	157

Literaturverzeichnis	162
---------------------------------------	-----