

Inhaltsverzeichnis

	Vorwort	
1	Differential- und Integralrechnung	1
1.1	Differentialrechnung	1
1.1.1	Definition der Ableitung	1
1.1.2	Rechenregeln	2
1.1.3	Definition der partiellen Ableitung	5
1.1.4	Einige Rechenregeln	7
1.2	Integralrechnung	10
1.2.1	Definition des Integrals	10
1.2.2	Methoden zur Berechnung von Integralen	12
1.2.2.1	Verschiebung des Integrationsweges in die komplexe Ebene	13
1.2.2.2	Sattelpunktmethode	18
1.2.2.3	Abschätzung eines bestimmten Integrals	22
1.2.3	Nicht auf elementare Funktionen zurückführbare Integrale	23
1.2.4	DIRACsche Deltafunktion	26
1.2.5	Das Linienintegral	28
2	Vektor- und Tensorrechnung	31
2.1	Vektoralgebra	32
2.2	Vektoranalysis	38
2.2.1	Gradient	38
2.2.2	Die Divergenz und der Satz von GAUSS	40
2.2.3	Der allgemeine Feldbegriff	43
2.2.4	Die Rotation und der Satz von STOKES	43
2.3	Vektoren in n-dimensionalen Räumen. Der RICCI-Kalkül	46
2.4	Tensoren in n-dimensionalen Räumen	49
2.5	Vektorräume mit nichteuklidischer Metrik	55
3	Reihenentwicklungen	57
3.1	Orthonormale Funktionensysteme	57
3.1.1	Der HILBERT-Raum	57
3.1.2	Orthogonale und orthonormale Funktionensätze	59
3.1.3	Erzeugung eines Satzes orthonormaler Funktionen	60

3.2	Entwicklung nach einem Satz orthonormaler Funktionen	64
3.2.1	Vollständigkeit eines Satzes von orthonormalen Funktionen	65
3.2.2	Beispiele	68
3.2.2.1	FOURIER-Reihen	69
3.2.2.2	LEGENDRE-Reihen	70
3.2.2.3	LAGUERRESche Reihen	70
3.2.2.4	Entwicklung nach BESSEL-Funktionen	70
3.2.2.5	Entwicklung nach Kugelfunktionen	71
3.3	Die TAYLOR-Reihe (Potenzreihe)	72
4	Ausgleichsrechnung	74
4.1	Mittelwerte	74
4.2	Mittelwerte und Nebenbedingungen	78
4.3	Gesetz der Fehler-Fortpflanzung	79
4.4	Kurve durch Meßpunkte	81
5	Matrizen, Determinanten, Operatoren	84
5.1	Matrizen	84
5.1.1	Rechenregeln für Matrizen	87
5.2	Determinanten	93
5.2.1	Rechenregeln für Determinanten	95
5.2.2	Lösung eines linearen Gleichungssystems	97
5.2.3	Eigenwerte einer Matrix	98
5.3	Operatoren	100
6	Funktionentheorie	103
6.1	Die komplexe Zahl	104
6.1.1	Zahlenfolgen	106
6.2	Funktionen einer komplexen Veränderlichen	107
6.2.1	Stetigkeit	108
6.3	Differenzierbarkeit	109
6.4	Integralsätze	112
6.4.1	Definitionen	112
6.4.2	Der CAUCHYSche Integralsatz	114
6.4.3	Die CAUCHYSche Integralformel	115
6.5	Reihen von komplexen Funktionen	117

6.5.1	Unendliche Reihen	117
6.5.2	Reihen von Funktionen	119
6.5.3	Potenzreihen	120
6.5.4	Die analytische Fortsetzung	122
6.6	Singuläre Punkte komplexer Funktionen	124
6.6.1	Pole einer komplexen Funktion	125
6.6.2	Verzweigungspunkte	127
6.6.3	Wesentliche Singularitäten	129
6.7	Verschiedene Typen komplexer Funktionen	130
6.7.1	Ganze Funktionen	130
6.7.2	Meromorphe Funktionen	131
6.7.3	Mehrdeutige Funktionen	134
6.8	Physikalische Anwendungen	137
7	Gewöhnliche Differentialgleichungen	138
7.1	Definitionen	138
7.2	Gewöhnliche Differentialgleichungen 1. Ordnung	139
7.2.1	Methode der Trennung der Variablen	139
7.2.2	Methode der Variablensubstitution	142
7.2.3	Methode der Variation der Konstanten (LAGRANGE) ...	142
7.2.4	Methode von BERNOULLI	143
7.2.5	Erniedrigung des Grades der Differentialgleichung .	143
7.2.6	Vollständiges Differential	144
7.3	Homogene Differentialgleichung 2. Ordnung	146
7.3.1	Homogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	146
7.3.2	Die Methode der Potenzreihenentwicklung	150
7.3.2.1	BESSELSche Differentialgleichung	151
7.3.2.2	LEGENDREsche Differentialgleichung	153
7.3.2.3	HERMITESche Polynome und Funktionen	155
7.3.2.4	LAGUERRESche Polynome und Funktionen	155
7.3.2.5	Hypergeometrische Differentialgleichungen	157
7.4	Inhomogene lineare Differentialgleichungen	158
7.4.1	Methode der Integraltransformation	161
7.4.2	Methode der GREENSchen Funktion	167

7.4.3	Lösbarkeitsbedingung für die inhomogene Differentialgleichung	168
7.5	Systeme von linearen gewöhnlichen Differentialgleichungen	170
7.5.1	Methode der Entkopplung (Normalkoordinaten)	170
7.5.2	Konstante Koeffizienten	171
7.5.3	Lösung durch LAPLACE-Transformation	172
7.6	Nichtlineare gewöhnliche Differentialgleichungen ..	173
8	Partielle Differentialgleichungen	177
8.1	Die drei verschiedenen Typen von partiellen Differentialgleichungen 2. Ordnung; Charakteristiken	177
8.2	Separationsmethode	181
8.3	Methode der GREENSchen Funktionen	193
8.4	Anwendung der LAPLACE-Transformation	200
8.5	Unterschiede bei anderen partiellen Differentialgleichungen	203
8.6	Nichtlineare partielle Differentialgleichungen	205
8.6.1	SINE-GORDON-Gleichung	205
8.6.2	KORTEWEG-DE-VRIES-Gleichung	207
8.6.3	Nichtlineare SCHRÖDINGER-Gleichung	207
8.6.4	Gekoppelte nichtlineare Differentialgleichungen ...	208
9	Spezielle Funktionen	209
9.1	Gamma-Funktionen	209
9.2	Zylinderfunktionen	213
9.2.1	BESSELSche Funktionen 1. Art	213
9.2.2	HANKELSche Funktionen	216
9.2.3	NEUMANNsche Funktionen	220
9.2.4	Die verschiedenen Typen von Zylinderfunktionen	222
9.3	Kugelflächenfunktionen	223
9.3.1	Zonale Kugelfunktionen	224
9.3.1.1	LEGENDRESche Polynome	224
9.3.1.2	LEGENDRESche Funktionen 2. Art	227
9.3.2.1	Zugeordnete LEGENDRESche Funktionen	228
9.3.2.2	Zugeordnete LEGENDRESche Funktionen 2. Art	229
9.3.3	Kugelflächenfunktionen	230

9.3.4	Kugelflächenfunktionen zu beliebigen Indizes	232
9.4	HERMITESche Polynome und Funktionen	232
9.5	LAGUERRESche Polynome und Funktionen	233
9.6	Hypergeometrische Funktionen	234
9.6.1	Allgemeines	234
9.6.2	Darstellung der Kugelflächenfunktionen durch hypergeometrische Funktionen	237
9.7	Konfluente hypergeometrische Funktionen	238
9.7.1	Allgemeines	238
9.7.2	Spezialfälle der KUMMERSchen und WHITTAKERSchen Funktionen	242
9.8	Elliptische Integrale, elliptische Funktionen und Verwandtes	246
9.8.1	Elliptische Integrale	246
9.8.2	Thetafunktionen	248
9.8.3	JACOBIsche elliptische Funktionen	249
9.8.4	JACOBIsche Zetafunktionen	253
10	Lineare Integralgleichungen	253
10.1	Allgemeines	253
10.2	Lösungsmethoden für Integralgleichungen 2. Art	257
10.2.1	Symmetrischer Kern	257
10.2.1.1	Homogene Gleichung	257
10.2.1.2	Inhomogene Gleichung	259
10.2.2	Unsymmetrischer Kern	261
10.3	Lösungsmethoden für Integralgleichungen 1. Art	263
10.3.1	Symmetrischer Kern	263
10.3.2	Unsymmetrischer Kern	264
10.4	Bemerkungen zu nichtlinearen Integralgleichungen ..	266
11	Variationsrechnung	266
11.1	Allgemeines	266
11.2	EULERSche Gleichungen, indirekte Methode	270
11.3	Variationsprobleme mit Nebenbedingungen	273
11.4	Eigenwertprobleme als Variationsprobleme	273
11.5	Direkte Methoden, RITZsches Verfahren	275

12	Funktionalanalysis	277
12.1	Der Begriff des Funktional	277
12.2	Lineare Funktionale, Distributionen	278
12.3	Funktionale Differentiation	280
12.4	Funktionale Integration	282
Anhang		285
1	Einige Eigenschaften der elementaren Transzendenten	285
2	Differentiations- und Integrationsformeln	292
3	Reihen	298
4	Unendliche Produkte	312
5	Tabelle der LAPLACE-Transformation	314
6	Tabelle der FOURIER-Transformation	320
	Literaturverzeichnis	323
	Stichwörterverzeichnis	326