

Inhaltsverzeichnis

1.	Komplexe Zahlen	13
1.1.	Einführung und algebraische Darstellung	13
1.2.	Trigonometrische Darstellung	16
1.3.	Eulersche Formel, Exponentialdarstellung der komplexen Zahlen	18
1.4.	Graphische Addition und Multiplikation	20
1.5.*	Radizieren	21
1.6.*	Potenzieren und Logarithmieren	22
1.7.	Zusammenfassung	23
1.8.	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 1	25
2.	Grundlagen der Differential- und Integralrechnung	27
2.1.	Differentialrechnung	27
2.1.1.	Funktionsbegriff, Stetigkeit, Differenzierbarkeit	27
2.1.2.	Geometrische Bedeutung von Differenzenquotient und Ableitung	28
2.1.3.	Physikalische Bedeutung der Ableitung	30
2.1.4.	Differentiationsregeln	31
2.1.4.1.	Ableitung der elementaren Funktionen	31
2.1.4.2.	Ableitung von Summen, Differenzen, Produkten und Quotienten	31
2.1.4.3.	Umkehrfunktionen und ihre Ableitungen	32
2.1.4.4.	Ableitung von mittelbaren Funktionen	35
2.1.4.5.	Ableitung einer impliziten Funktion	37
2.1.5.	Differentiale	39
2.1.6.	Höhere Ableitungen	40
2.1.7.	Formelzusammenstellung	43
2.2.	Integralrechnung	44
2.2.1.	Der Riemannsche Integralbegriff	44
2.2.2.	Eigenschaften des bestimmten Integrals	46
2.2.3.	Geometrische und physikalische Bedeutung des bestimmten Integrals	46
2.2.4.	Der Mittelwertsatz der Integralrechnung	48
2.2.5.	Das unbestimmte Integral	49
2.2.5.1.	Das bestimmte Integral als Funktion der oberen Grenze	49
2.2.5.2.	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	50
2.2.6.	Integrationsregeln	51
2.2.6.1.	Grundintegrale	51

2.2.6.2.	Integration einer Summe	51
2.2.6.3.	Integration eines Produktes	53
2.2.6.4.	Einführung einer neuen Veränderlichen	54
2.2.7.	Formelzusammenstellung	58
2.3.	Differentiations- und Integrationsstabellen	59
2.4.	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 2.	62
3.	Reihenentwicklung von Funktionen	67
3.1.	Taylorische Formel und Taylorische Reihe	67
3.1.1.	Unendliche Reihen	67
3.1.2.	Taylor-Entwicklung für Funktionen von einer unabhängigen Veränderlichen	69
3.1.2.1.	Die Exponentialfunktion	72
3.1.2.2.*	Die Hyperbelfunktionen	73
3.1.2.3.	Die trigonometrischen Funktionen	75
3.1.2.4.	Die binomische Reihe	79
3.1.2.5.*	Die Logarithmusfunktion	81
3.1.3.	Partielle Ableitung, vollständiges Differenzial, Taylor-Entwicklung für Funktionen von mehreren unabhängigen Veränderlichen	83
3.2.	Entwicklung einer Funktion nach einem orthonormierten Funktionensystem	88
3.2.1.	Definition eines vollständigen orthonormierten Funktionensystems	88
3.2.2.	Fourier-Reihendarstellung periodischer Funktionen	91
3.2.3.*	Fourier-Integrandarstellung nichtperiodischer Funktionen (Fourier-Transformation)	99
4*.	Spezielle Funktionen der mathematischen Physik	103
4.1.	Die Heavisidesche Sprungfunktion	103
4.2.	Die Diracsche Deltafunktion	104
4.3.	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 4.	109
5.	Gewöhnliche Differentialgleichungen (Lösungsmethoden)	111
5.1.	Begriff und Einteilung der gewöhnlichen Differentialgleichungen	111
5.2.	Die lineare Differentialgleichung n -ter Ordnung	113
5.2.1.	Die homogene lineare Differentialgleichung n -ter Ordnung	114
5.2.2.	Die inhomogene lineare Differentialgleichung n -ter Ordnung	119
5.2.3.	Die Schwingungsdifferentialgleichung	123
5.3.	Differentialgleichungen erster Ordnung	126
5.3.1.*	Die exakte Differentialgleichung	128
5.3.2.	Differentialgleichung mit getrennten Variablen	130
5.3.3.	Variation der Konstanten	131
5.4.*	Differentialgleichungen zweiter Ordnung	133
5.4.1.	Die Differentialgleichung $y'' = f(y', x)$	133
5.4.2.	Die Differentialgleichung $y'' = f(y', y)$	134
5.4.3.	Die Differentialgleichung $y'' = f(y)$	135
5.5.	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 5.	136
6.	Vektoralgebra	139
6.1.	Skalare	140
6.2.	Verschiebungen und Vektoren	141
6.3.	Skalarprodukt	145
6.3.1.	Darstellung des Skalarproduktes in kartesischen Koordinaten	148

6.4.*	Basisdrehung	151
6.5.	Vektorprodukt	154
6.5.1.	Darstellung des Vektorproduktes in kartesischen Koordinaten	155
6.6.*	Tensorielles Produkt und Tensoren	158
6.7.	Mehrfache Produkte von Vektoren	163
6.8.	Determinanten.	168
6.8.1.*	Auflösung linearer Gleichungssysteme mit Hilfe von Determinanten.	171
6.9.	Matrizen	173
6.9.1.*	Spezielle Matrizen	175
6.10.*	Hauptachsentransformation von symmetrischen Tensoren zweiter Stufe	177
6.11.	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 6.	185
7.	Vektoranalysis	193
7.1.	Differentiation eines Vektors nach einem Parameter	193
7.1.1.	Der Ortsvektor und sein Differential in kartesischen, Zylinder- und Kugelkoordinaten	198
7.1.2.*	Winkelgeschwindigkeit	201
7.2.	Integration eines Vektors nach einem Parameter	202
7.3.	Gradient eines Skalarfeldes und Vektoroperator Nabla	203
7.4.*	Gradient eines Vektorfeldes	208
7.5.	Divergenz	213
7.6.	Rotor.	214
7.7.	Zweifache Anwendung von Nabla	216
7.8.	Kurvenintegrale	218
7.9.	Integraldarstellung von $\operatorname{rot} \boldsymbol{v}$ und Stokesscher Integralsatz.	220
7.10.	Flächenintegrale	223
7.11.	Integraldarstellung von ∇U und allgemeiner Gaußscher Integralsatz	227
7.12.	Volumenintegrale.	229
7.13.	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 7.	231
8.	Partielle Differentialgleichungen	241
8.1.	Die Laplacesche Differentialgleichung	241
8.2.	Die Poissonsche Differentialgleichung	243
8.3.	Die Wellengleichung	245
8.4.	Die schwingende Saite	247
8.5.	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 8.	248
9.	Fehlerrechnung	251
9.1.	Einige mathematische Vorbemerkungen	251
9.1.1.	Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit von Ereignissen, Wahrscheinlichkeitsdichte und Verteilungsfunktionen	251
9.1.1.1.	Einige Verteilungen.	256
9.1.1.1.1.	Binomialverteilung	256
9.1.1.1.2.	Poisson-Verteilung	259
9.1.1.1.3.	Gauß-Verteilung	260
9.2.	Grobe, zufällige und systematische Fehler	264
9.3.	Zur Auswertung von Meßergebnissen	266
9.3.1.	Große Anzahl von Meßwerten; systematische Fehler seien gegenüber den zufälligen vernachlässigbar	266
9.3.1.1.	Absoluter Fehler	266

9.3.1.2.	Scheinbarer Fehler, Gaußsches Verfahren der kleinsten Quadratsumme . . .	266
9.3.1.3.	Mittlerer quadratischer Fehler der Einzelmessungen	268
9.3.1.4.	Fehlerfortpflanzungsgesetz	270
9.3.1.5.	Mittlerer quadratischer Fehler des Mittelwertes	273
9.3.1.6.	Auswertung von Meßwerten verschiedener Genauigkeit	274
9.3.1.7.	Ausgleichung von Meßwerten durch lineare Funktionen	275
9.3.2.	Beliebige Anzahl von Meßwerten; systematische Fehler seien gegenüber zufälligen Fehlern nicht vernachlässigbar	277
9.3.2.1.	Absoluter Größtfehler	278
	Literatur	279
	Sachverzeichnis	281