

Inhalt

1 Einführung

1.1 Einführende Beispiele	9
1.2 Aufgaben zu Abschnitt 1	19

2 Lineare Algebra

2.1 Determinanten	22
2.1.1 Zwei- und dreireihige Determinanten	22
2.1.2 n -reihige Determinanten	26
2.1.3 Aufgaben zu Abschnitt 2.1	28
2.2 Vektoren	28
2.2.1 Grundbegriffe, Definitionen, Geometrische Darstellung	28
2.2.2 Komponenten, Koordinaten, Richtungswinkel	33
2.2.3 Rechenregeln	34
2.2.4 Aufgaben zu Abschnitt 2.2	41
2.3 Matrizen	43
2.3.1 Grundbegriffe, Definitionen	43
2.3.2 Rechenregeln	45
2.3.3 Aufgaben zu Abschnitt 2.3	49
2.4 Lineare Gleichungssysteme	50
2.4.1 Lösung mit Determinanten	51
2.4.2 Gauß-Algorithmus	52
2.4.3 Austauschverfahren	58
2.4.4 Aufgaben zu Abschnitt 2.4	65

3 Funktionen

3.1 Darstellung von Funktionen	67
3.1.1 Funktionstafel, Funktionsgleichung, Funktionskurve	68
3.1.2 Umkehrfunktionen	73
3.1.3 Koordinatentransformation	75
3.1.4 Charakteristische Merkmale von Funktionen	78
3.1.5 Aufgaben zu Abschnitt 3.1	80
3.2 Ganze rationale Funktionen	80
3.2.1 Lineare Funktion	82
3.2.2 Quadratische Funktion	87
3.2.3 Aufgaben zu Abschnitt 3.2	91
3.3 Gebrochene rationale Funktionen	93
3.3.1 Aufgaben zu Abschnitt 3.3	96

6 Inhalt

3.4 Algebraische Funktionen	97
3.4.1 Algebraische Potenzfunktion $y = Cx^{m/n}$	99
3.4.2 Kegelschnitte	101
3.4.3 Aufgaben zu Abschnitt 3.4	107
3.5 Trigonometrische Funktionen	109
3.5.1 Schaubild. Periodizität	109
3.5.2 Arcusfunktionen	114
3.5.3 Aufgaben zu Abschnitt 3.5	116
3.6 Exponential- und Logarithmusfunktionen	117
3.6.1 Exponentialfunktionen	117
3.6.2 Logarithmische Funktionen	118
3.6.3 Hyperbelfunktionen	119
3.6.4 Areefunktionen	121
3.6.5 Aufgaben zu Abschnitt 3.6	123

4 Grenzwerte

4.1 Unendliche Zahlenfolge	124
4.2 Grenzwerte von Folgen	126
4.3 Rechnen mit Grenzwerten	127
4.4 Grenzwerte von Funktionen	128
4.5 Unendliche Reihen	132
4.5.1 Unendliche geometrische Reihe	132
4.5.2 Zinseszins- und Rentenrechnung	133
4.6 Aufgaben zu Abschnitt 4	135

5 Differentialrechnung

5.1 Einführung in die Differentialrechnung	137
5.1.1 Ableitung	137
5.1.2 Grundregeln des Differenzierens	141
5.1.3 Ableitung einiger Grundfunktionen	141
5.1.4 Tangente und Normale	145
5.1.5 Mittelwertsatz. Höhere Ableitungen	147
5.1.6 Aufgaben zu Abschnitt 5.1	149
5.2 Rechenregeln der Differentialrechnung	150
5.2.1 Produkt- und Quotientenregel	150
5.2.2 Kettenregel	152
5.2.3 Implizit gegebene Funktionen	154
5.2.4 Differenzieren mit Hilfe der aufgelösten Funktion	156
5.2.5 Aufgaben zu Abschnitt 5.2	159
5.3 Anwendungen der Differentialrechnung	160
5.3.1 Newton-Verfahren	160
5.3.2 Extremwerte. Wendepunkte	162
5.3.3 Kurvendiskussion	167
5.3.4 Krümmung. Krümmungsradius. Krümmungskreis	170
5.3.5 Aufgaben zu Abschnitt 5.3	174

6 Integralrechnung

6.1 Bestimmtes Integral	176
6.1.1 Flächenberechnung durch Grenzwertbildung, Annäherung der Fläche durch eine Rechtecksumme	176
6.1.2 Integration der Potenzfunktion $y = x^m$	180
6.1.3 Mittelwertsatz	183
6.1.4 Numerische Integration	184
6.1.5 Aufgaben zu Abschnitt 6.1	187
6.2 Unbestimmtes Integral	189
6.2.1 Integral mit veränderlicher Grenze	189
6.2.2 Differentiation des unbestimmten Integrals	191
6.2.3 Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	192
6.2.4 Grundintegrale	193
6.2.5 Aufgaben zu Abschnitt 6.2	194
6.3 Rechenmethoden der Integralrechnung	195
6.3.1 Produktintegration	196
6.3.2 Integrieren durch Substitution	197
6.3.3 Aufgaben zu Abschnitt 6.3	202
6.4 Anwendungen der Integralrechnung	202
6.4.1 Geometrische Größen	202
6.4.2 Barometrische Höhenmessung	213
6.4.3 Seilreibung	215
6.4.4 Schnittkräfte: Belastung-Querkraft-Biegemoment	216
6.4.5 Biegelinie	219
6.4.6 Aufgaben zu Abschnitt 6.4	222

7 Taylor-Reihen

7.1 Approximation durch Ersatzfunktionen	226
7.2 Taylor-Formel	227
7.3 Spezielle Reihen	229
7.3.1 Trigonometrische und hyperbolische Reihen	229
7.3.2 Reihe für die Exponentialfunktion	231
7.3.3 Binomische Reihen	232
7.3.4 Logarithmische Reihen	234
7.3.5 Reihe für die Arcustangensfunktion	235
7.4 Rechnen mit Reihen	236
7.5 Klotoide	237
7.6 Unbestimmte Ausdrücke	240
7.7 Aufgaben zu Abschnitt 7	242

8 Gewöhnliche Differentialgleichungen

8.1 Einführung	244
8.2 Analytische Lösungen	246
8.2.1 Trennung der Veränderlichen	246
8.2.2 Lineare Differentialgleichungen	247

8 Inhalt	
8.3 Numerische Lösungen	251
8.3.1 Annäherung von Ableitungen durch Differenzen	251
8.3.2 Randwertaufgabe	252
8.3.3 Eigenwertaufgabe	253
8.4 Aufgaben zu Abschnitt 8	254
9 Funktionen von mehreren Veränderlichen	
9.1 Partielle Ableitungen	257
9.2 Totales Differential	261
9.3 Aufgaben zu Abschnitt 9	263
10 Fehler- und Ausgleichsrechnung	
10.1 Grundlagen aus der mathematischen Statistik	265
10.2 Fehlerfortpflanzungsgesetz	273
10.3 Ausgleichung direkter Beobachtungen	277
10.4 Aufgaben zu Abschnitt 10	281
11 Anwendungen der ebenen und sphärischen Trigonometrie	
11.1 Ebene Trigonometrie	283
11.1.1 Dreiecksberechnungen	283
11.1.2 Koordinatenberechnungen	290
11.1.3 Aufgaben zu Abschnitt 11.1	300
11.2 Sphärische Trigonometrie	303
11.2.1 Räumliche Koordinatensysteme, Sphärischer Exzeß	303
11.2.2 Rechtwinkliges sphärisches Dreieck	307
11.2.3 Schiefwinkliges sphärisches Dreieck	311
11.2.4 Aufgaben zu Abschnitt 11.2	319
Anhang	
Ergebnisse zu den Aufgaben	320
Weiterführende Literatur	338
Sachverzeichnis	340
Formelsammlung	F1