

Inhaltsverzeichnis.

Erstes Kapitel.

Vorbereitung. — Grundbegriffe.

§ 1. Orientierung über die Mannigfaltigkeit der Lösungen	2
1. Beispiele S. 2. — 2. Differentialgleichungen zu gegebenen Funktionenscharen und -familien S. 7.	
§ 2. Systeme von Differentialgleichungen	10
1. Problem der Äquivalenz von Systemen und einzelnen Differentialgleichungen S. 10. — 2. Bestimmte, überbestimmte, unterbestimmte Systeme S. 12.	
§ 3. Integrationsmethoden bei speziellen Differentialgleichungen	14
1. Separation der Variablen S. 14. — 2. Erzeugung weiterer Lösungen durch Superposition. Grundleistung der Wärmeleitung. Poissons Integral S. 16.	
§ 4. Geometrische Deutung einer partiellen Differentialgleichung erster Ordnung mit zwei unabhängigen Variablen. Das vollständige Integral . .	18
1. Die geometrische Deutung einer partiellen Differentialgleichung erster Ordnung S. 18. — 2. Das vollständige Integral S. 19. — 3. Singuläre Integrale S. 20.	
§ 5. Theorie der linearen und quasilinearen Differentialgleichungen erster Ordnung	23
1. Lineare Differentialgleichungen S. 23. — 2. Quasilineare Differentialgleichungen S. 25.	
§ 6. Die Legendresche Transformation	26
1. Legendresche Transformation für Funktionen von zwei Veränderlichen S. 26. — 2. Die Legendresche Transformation für Funktionen von n Variablen S. 28. — 3. Anwendung der Legendreschen Transformation auf partielle Differentialgleichungen S. 29.	
§ 7. Die Bestimmung der Lösungen durch ihre Anfangswerte und der Existenzsatz	31
1. Formulierung und Erläuterung des Anfangswertproblems S. 31. — 2. Reduktion auf ein System von quasilinearen Differentialgleichungen S. 35. — 3. Die Bestimmung der Ableitungen längs der Anfangsmannigfaltigkeit S. 38. — 4. Existenzbeweis analytischer Lösungen von analytischen Differentialgleichungen S. 39.	

Anhang zum ersten Kapitel.

§ 1. Die Differentialgleichung für die Stützfunktion einer Minimalfläche . .	44
§ 2. Systeme von Differentialgleichungen erster Ordnung und Differentialgleichungen höherer Ordnung	46

§ 3. Systeme von zwei partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung und Differentialgleichungen zweiter Ordnung	47
§ 4. Darstellung der flächentreuen Abbildungen	49

Zweites Kapitel.

Allgemeine Theorie der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung.

§ 1. Quasilineare Differentialgleichungen bei zwei unabhängigen Veränderlichen	51
1. Charakteristische Kurven S. 51. — 2. Anfangswertproblem S. 53. — 3. Beispiele S. 55.	
§ 2. Quasilineare Differentialgleichungen bei n unabhängigen Veränderlichen	57
§ 3. Allgemeine Differentialgleichungen mit zwei unabhängigen Veränderlichen	63
1. Charakteristische Kurven und Fokalkurven S. 63. — 2. Lösung des Anfangswertproblems S. 66. — 3. Charakteristiken als Verzweigungselemente. Ergänzende Bemerkungen. Integalkonoid S. 69.	
§ 4. Zusammenhang mit der Theorie des vollständigen Integrals	70
§ 5. Fokalkurven und Mongesche Gleichung	72
§ 6. Beispiele	74
1. Die Differentialgleichung $(\text{grad } u)^2 = 1$ S. 74. — 2. Zweites Beispiel S. 77. — 3. Die Differentialgleichung von CLAIRAUT S. 79. — 4. Die Differentialgleichung der Röhrenflächen S. 80.	
§ 7. Allgemeine Differentialgleichung mit n unabhängigen Veränderlichen	82
§ 8. Vollständiges Integral und Hamilton-Jacobische Theorie	87
1. Enveloppenbildung und charakteristische Kurven S. 87. — 2. Die Kanonische Gestalt der charakteristischen Differentialgleichungen S. 89. — 3. Hamilton-Jacobische Theorie S. 90. — 4. Beispiel. Zweikörperproblem S. 92. — 5. Beispiel. Geodätische Linien auf einem Ellipsoid S. 94.	
§ 9. Hamiltonsche Theorie und Variationsrechnung	96
1. Die Eulerschen Differentialgleichungen in der kanonischen Form S. 96. — 2. Der geodätische Abstand oder das Eikonal, seine Ableitungen und die Hamilton-Jacobische partielle Differentialgleichung S. 98. — 3. Bemerkungen über den Fall homogener Integranden S. 100. — 4. Extremalenfelder und Hamiltonsche Differentialgleichung S. 102. — 5. Strahlenkegel. Huyghens Konstruktion S. 105. — 6. Hilberts invariantes Integral zur Darstellung des Eikonals S. 105. — 7. Der Satz von HAMILTON und JACOBI S. 107.	
§ 10. Kanonische Transformationen und Anwendungen	107
1. Die kanonische Transformation S. 107. — 2. Neuer Beweis des Hamilton-Jacobischen Satzes S. 109. — 3. Variation der Konstanten (kanonische Störungstheorie) S. 110.	

Anhang zum zweiten Kapitel.

§ 1. Erneute Diskussion der charakteristischen Mannigfaltigkeiten	110
1. Formale Vorbemerkungen zur Differentiation in n Dimensionen S. 111. — 2. Anfangswertproblem und charakteristische Mannigfaltigkeiten S. 113.	

- § 2. Systeme quasilinearer Differentialgleichungen mit gleichem Hauptteil.
 Neue Herleitung der Charakteristikentheorie 117
 Literatur zum ersten und zweiten Kapitel S. 122.

Drittes Kapitel.

Lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung im allgemeinen.

- § 1. Normalformen bei linearen Differentialgleichungsausdrücken zweiter Ordnung mit zwei unabhängigen Veränderlichen 123
 1. Elliptische, hyperbolische, parabolische Normalformen S. 123. —
 2. Beispiele S. 128.
- § 2. Normalformen quasilinearer Differentialgleichungen 130
 1. Normalformen S. 130. — 2. Beispiel. Minimalflächen S. 133.
- § 3. Klasseneinteilung der linearen Differentialgleichungen zweiter Ordnung bei mehr unabhängigen Veränderlichen 135
 1. Elliptische, hyperbolische und parabolische Differentialgleichungen S. 135. — 2. Lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten S. 137.
- § 4. Differentialgleichungen höherer Ordnung und Systeme von Differentialgleichungen 138
 1. Differentialgleichungen höherer Ordnung S. 138. — 2. Typeneinteilung bei Systemen von Differentialgleichungen S. 141. — 3. Bemerkungen über nichtlineare Probleme S. 146.
- § 5. Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten 146
 1. Allgemeines S. 146. — 2. Ebene Wellen. Verzerrungsfreiheit. Dispersion S. 147. — 3. Beispiele: Telegraphengleichung, Verzerrungsfreiheit bei Kabeln S. 152. — 4. Zylinder- und Kugelwellen S. 153.
- § 6. Anfangswertprobleme, Ausstrahlungsprobleme 156
 1. Anfangswertprobleme der Wärmeleitung. Transformation der ϑ -Funktion S. 156. — 2. Anfangswertprobleme der Wellengleichung S. 159. — 3. Methode des Fourierschen Integrals zur Lösung von Anfangswertproblemen S. 160. — 4. Lösung der unhomogenen Gleichung durch Variation der Konstanten. Retardierte Potentiale S. 164. — 5. Das Anfangswertproblem für die Wellengleichung in zwei Raumdimensionen. Absteigemethode S. 166. — 6. Das Ausstrahlungsproblem S. 167. — 7. Ausbreitungsvorgänge und Huyghenssches Prinzip S. 169.
- § 7. Die typischen Differentialgleichungsprobleme der mathematischen Physik 171
 1. Vorbemerkungen. Beispiele typischer Problemstellungen S. 171. —
 2. Grundsätzliche Betrachtungen S. 175.

Anhang zum dritten Kapitel.

Ausgleichsprobleme und Heavisides Operatorenkalkül S. 179.

- § 1. Ausgleichsprobleme und Lösung mittels Integraldarstellungen 180
 1. Beispiel. Wellengleichung S. 180. — 2. Allgemeine Problemstellung S. 182. — 3. Integral von DUHAMEL S. 183. — 4. Methode der Superposition von Exponentiallösungen S. 185.

§ 2. Die Heavisidesche Operatorenmethode	187
1. Die einfachsten Operatoren S. 187. — 2. Beispiele S. 190. — 3. Anwendungen auf Ausgleichsprobleme S. 194. — 4. Wellengleichung S. 195. — 5. Methode zur Rechtfertigung des Operatorenkalküls. Realisierung weiterer Operatoren S. 196.	
§ 3. Zur allgemeinen Theorie der Ausgleichsprobleme	202
1. Die Transformation von LAPLACE S. 202. — 2. Lösung der Ausgleichsprobleme mit Hilfe der Laplaceschen Transformation S. 205. — 3. Beispiele S. 210.	
Literatur zum Anhang des dritten Kapitels	222

Viertes Kapitel.

Elliptische Differentialgleichungen, insbesondere Potentialtheorie.

§ 1. Vorbemerkungen	223
1. Die Differentialgleichungen von LAPLACE, POISSON und verwandte Differentialgleichungen S. 223. — 2. Potentiale von Massenbelegungen S. 227. — 3. Greensche Formeln und Anwendungen S. 231. — 4. Die Ableitungen der Belegungspotentiale S. 236.	
§ 2. Poissons Integral und Folgerungen.	239
1. Randwertaufgabe und Greensche Funktion S. 239. — 2. Greensche Funktion für Kreis und Kugel. Das Poissonsche Integral für Kugel und Halbraum S. 241. — 3. Folgerungen aus der Poissonschen Formel S. 245.	
§ 3. Der Mittelwertsatz und Anwendungen	249
1. Homogene und unhomogene Mittelwertgleichung S. 249. — 2. Umkehrung der Mittelwertsätze S. 251. — 3. Die Poissonsche Gleichung für Potentiale von Raumbelegungen S. 257. — 4. Mittelwertsätze für andere elliptische Differentialgleichungen S. 258.	
§ 4. Die Randwertaufgabe.	262
1. Vorbemerkungen. Stetige Abhängigkeit von den Randwerten und vom Gebiet S. 262. — 2. Lösung der Randwertaufgabe mit Hilfe des alternierenden Verfahrens S. 264. — 3. Die Integralgleichungsmethode für Gebiete mit hinreichend glatten Rändern S. 269. — 4. Weitere Bemerkungen zur Randwertaufgabe S. 272.	
§ 5. Randwertaufgaben für allgemeinere elliptische Differentialgleichungen; eindeutige Bestimmtheit der Lösungen	274
1. Lineare Differentialgleichungen S. 274. — 2. Quasilineare Differentialgleichungen S. 276. — 3. Ein Satz von RELICH über die Differentialgleichung von MONGE-AMPÈRE S. 277.	
§ 6. Die Integralgleichungsmethode zur Lösung elliptischer Differentialgleichungen	279
1. Konstruktion von Lösungen überhaupt. Grundlösungen S. 279. — 2. Die Randwertaufgabe S. 282.	

Anhang zum vierten Kapitel.

1. Verallgemeinerung der Randwertaufgabe. Sätze von WIENER S. 284. — 2. Nichtlineare Differentialgleichungen S. 286.	
Lehrbuchliteratur zum vierten Kapitel	289

Fünftes Kapitel.

Hyperbolische Differentialgleichungen mit zwei unabhängigen Veränderlichen.

- § 1. Die Charakteristiken bei quasilinearen Differentialgleichungen. 291
 1. Definition der Charakteristiken S. 291. — 2. Charakteristiken auf Integralflächen S. 296. — 3. Charakteristiken als Unstetigkeitslinien. Wellenfronten S. 297.
- § 2. Charakteristiken für allgemeine Differentialgleichungsprobleme 299
 1. Allgemeine Differentialgleichungen zweiter Ordnung S. 299. — 2. Differentialgleichungen höherer Ordnung S. 301. — 3. Systeme von Differentialgleichungen S. 303. — 4. Invarianz der Charakteristiken gegenüber beliebigen Punkttransformationen S. 304. — 5. Beispiele aus der Hydrodynamik S. 305.
- § 3. Eindeutigkeit und Abhängigkeitsgebiet 307
 1. Grundsätzliches über Ausbreitungsvorgänge S. 307. — 2. Eindeutigkeitsbeweise S. 308.
- § 4. Die Riemannsche Integrationsmethode 311
 1. Riemanns Darstellungsformel S. 311. — 2. Ergänzende Bemerkungen S. 315. — 3. Beispiel, Telegraphengleichung S. 316.
- § 5. Die Lösungen der Differentialgleichung $u_{xy} = f(x, y, u, u_x, u_y)$ nach dem Picardschen Iterationsverfahren 317
 1. Vorbemerkungen S. 317. — 2. Lösung der Anfangswertprobleme S. 319. — 3. Eindeutige Bestimmtheit der Lösung S. 321. — 4. Stetige und differenzierbare Abhängigkeit von Parametern S. 322. — 5. Das Abhängigkeitsgebiet der Lösung S. 323.
- § 6. Verallgemeinerungen und Anwendung auf Systeme erster Ordnung . . . 323
 1. Systeme von Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit gleichem linearen Hauptteil S. 323. — 2. Kanonisch-hyperbolische Systeme erster Ordnung S. 324.
- § 7. Die allgemeine quasilineare Gleichung zweiter Ordnung 326
 1. Das vollständige System der charakteristischen Differentialgleichungen S. 326. — 2. Lösung des Anfangswertproblems S. 330.
- § 8. Die allgemeine Gleichung $F(x, y, u, p, q, r, s, t) = 0$ 332
 1. Quasilineare Systeme mit gleichem Hauptteil S. 333. — 2. Lösung des Anfangswertproblems im allgemeinen Fall S. 333.

Anhang zum fünften Kapitel.

- § 1. Einführung komplexer Größen. Übergang vom hyperbolischen zum elliptischen Fall durch komplexe Variable 337
- § 2. Der analytische Charakter der Lösungen im elliptischen Fall 338
 1. Funktionentheoretische Vorbemerkung S. 338. — 2. Analytischer Charakter der Lösungen von $\Delta u = f(x, y, u, p, q)$ S. 339. — 3. Bemerkung über den allgemeinen Fall S. 342.
- § 3. Weitere Bemerkungen zur Charakteristikentheorie bei zwei Veränderlichen 343
- § 4. Sonderstellung der Monge-Ampèreschen Gleichungen 344

Sechstes Kapitel.

Hyperbolische Differentialgleichungen mit mehr als zwei unabhängigen Veränderlichen.

- § 1. Die charakteristische Gleichung 346
1. Quasilineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung S. 346. —
 2. Lineare Differentialgleichungen. Charakteristische Strahlen S. 350.
- § 2. Charakteristische Mannigfaltigkeiten als Unstetigkeitsflächen von Lösungen. — Wellenfronten 356
1. Unstetigkeiten zweiter Ordnung S. 356. — 2. Wellenfronten bei linearen Differentialgleichungen als Träger höherer Unstetigkeiten S. 359. — 3. Die Differentialgleichung längs einer charakteristischen Mannigfaltigkeit. Ausbreitung der Unstetigkeiten längs der Strahlen S. 362. — 4. Physikalische Deutung. Schattengrenzen S. 364. — 5. Strahlenkonoid. Zusammenhang mit der Riemannschen Maßbestimmung S. 365. — 6. Die Huygensche Konstruktion der Wellenfronten. Strahlenkegel und Richtungsausbreitung S. 367. — 7. Strahlen- und Normalenkegel S. 368. — 8. Beispiel. Die Poissonsche Wellengleichung in drei Raumdimensionen S. 370.
- § 3. Charakteristiken bei Problemen höherer Ordnung 372
1. Lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung S. 372. —
 2. Systeme von Differentialgleichungen. Hydrodynamik S. 374. —
 3. Weitere Systeme. Krystalloptik S. 376.
- § 4. Eindeutigkeitsätze und Abhängigkeitsgebiet bei Anfangswertproblemen 379
1. Die Wellengleichung S. 379. — 2. Die Differentialgleichung $u_{tt} - \Delta u + \frac{\lambda}{t} u_t = 0$ (DARBOUX) S. 381. — 3. Maxwellsche Gleichungen im Äther S. 382. — 4. Eindeutigkeit und Abhängigkeitsgebiet bei den Differentialgleichungen der Krystalloptik S. 383. — 5. Bemerkungen über Abhängigkeits- und Wirkungsgebiete. Notwendigkeit des konvexen Charakters von Abhängigkeitsgebieten S. 385.
- § 5. Hyperbolische lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten 385
1. Konstruktion der Lösung S. 387. — 2. Bemerkungen über die Absteigermethode S. 391. — 3. Nähere Diskussion der Lösungen. Prinzip von HUYGHENS S. 393. — 4. Verifikation der Lösung S. 398. — 5. Integration der unhomogenen Gleichung S. 401. — 6. Das Ausstrahlungsproblem S. 403. — 7. Das Anfangswertproblem für die Gleichung $\Delta u + c^2 u = u_{tt}$ und für die Telegraphengleichung S. 408.
- § 6. Mittelwertmethode. — Wellengleichung und Gleichung von Darboux . . . 411
1. Die Darboux'sche Differentialgleichung für Mittelwerte S. 411. —
 2. Zusammenhang mit der Wellengleichung und Auflösung der Wellengleichung S. 412. — 3. Das Ausstrahlungsproblem der Wellengleichung S. 415. — 4. Ein Satz von FRIEDRICH S. 416.
- § 7. Ultrahyperbolische Differentialgleichungen und allgemeine Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten 417
1. Der allgemeine Mittelwertsatz von ASGEIRSSON S. 417. — 2. Anderer Beweis des Mittelwertsatzes S. 420. — 3. Anwendung des Mittelwertsatzes auf die Wellengleichung S. 420. — 4. Lösungen des charakteristischen Anfangswertproblems der Wellengleichung S. 421. —
 5. Andere Anwendungen des Mittelwertsatzes S. 423.

- § 8. Betrachtungen über nichthyperbolische Anfangswertprobleme 425
 1. Bestimmung einer Funktion aus gewissen Kugelmittelwerten S. 425. — 2. Anwendungen auf das Anfangswertproblem S. 427.
- § 9. Die Methode von Hadamard zur Lösung des Anfangswertproblems . . . 430
 1. Vorbemerkungen. Grundlösung. Allgemeine Methode S. 431. —
 2. Die allgemeine Wellengleichung in $m = 2$ Raumdimensionen S. 438. —
 3. Die verallgemeinerte Wellengleichung in $m = 3$ Raumdimensionen S. 443.
- § 10. Bemerkungen über den Wellenbegriff und das Ausstrahlungsproblem . 448
 1. Allgemeines. Verzerrungsfreie fortschreitende Wellen S. 448. —
 2. Sphärische Wellen S. 451. — 3. Ausstrahlung und Huygenssches Prinzip S. 453.

Anhang zum sechsten Kapitel.

- § 1. Die Differentialgleichungen der Krystalloptik 455
 1. Normalen- und Strahlenfläche der Krystalloptik S. 455. — 2. Gestalt der Normalenfläche S. 455. — 3. Die Strahlenfläche S. 458. —
 4. Reduktion des Differentialgleichungssystems auf eine Differentialgleichung sechster Ordnung bzw. vierter Ordnung S. 460. — 5. Explizite Lösung durch die Fouriersche Methode S. 462. — 6. Diskussion des lösenden Kernes K S. 462. — 7. Optische Anwendung. Konische Refraktion S. 465.
- § 2. Abhängigkeitsgebiete bei Problemen höherer Ordnung 465
- § 3. Huyghens Prinzip im weiteren Sinne und fortsetzbare Anfangsbedingungen 468
- § 4. Ersetzung von Differentialgleichungen durch Integralrelationen. Erweiterung des Charakteristikenbegriffes 469

Siebentes Kapitel.

Lösung der Rand- und Eigenwertprobleme auf Grund der Variationsrechnung.

- § 1. Vorbereitungen 473
 1. Das Dirichletsche Prinzip für den Kreis S. 473. — 2. Allgemeine Problemstellungen S. 476. — 3. Lineare Funktionenräume mit quadratischer Metrik. Definitionen S. 478. — 4. Randbedingungen S. 482.
- § 2. Die erste Randwertaufgabe 483
 1. Problemstellung S. 483. — 2. Greensche Formel. Hauptungleichung zwischen D und H . Eindeutigkeit S. 484. — 3. Minimalfolgen und Lösung des Randwertproblems S. 486.
- § 3. Das Eigenwertproblem bei verschwindenden Randwerten 488
 1. Integralungleichungen S. 488. — 2. Das erste Eigenwertproblem S. 490. — 3. Höhere Eigenwerte und -funktionen. Vollständigkeit S. 492.
- § 4. Annahme der Randwerte bei zwei unabhängigen Veränderlichen . . . 495
- § 5. Konstruktion der Grenzfunktionen und Konvergenzeigenschaften der Integrale E, D, H 497
 1. Konstruktion der Grenzfunktionen S. 497. — 2. Konvergenzeigenschaften der Integrale D und H S. 504.

§ 6. Zweite und dritte Randbedingung. Randwertaufgabe	508
1. Greensche Formel und Randbedingungen S. 508. — 2. Formulierung des Randwertproblems und Variationsproblems S. 509. — 3. Einschränkung der Klasse zulässiger Gebiete S. 511. — 4. Äquivalenz von Minimumproblem und Randwertproblem. Eindeutigkeit S. 512. — 5. Lösung des Variationsproblems und Randwertproblems S. 512.	
§ 7. Das Eigenwertproblem bei zweiter und dritter Randwertbildung . . .	513
§ 8. Diskussion der bei der zweiten und dritten Randbedingung zugrunde gelegten Gebiete	515
1. Gebiete vom Typus \mathfrak{M} S. 515. — 2. Notwendigkeit von einschränkenden Bedingungen für das Gebiet S. 521.	
§ 9. Ergänzungen und Aufgaben	523
1. Die Greensche Funktion von Δu S. 523. — 2. Dipolsingularität S. 525. — 3. Randverhalten bei $\Delta u = 0$ und zwei unabhängigen Veränderlichen für die zweite Randbedingung S. 526. — 4. Stetige Abhängigkeit vom Gebiet S. 526. — 5. Übertragung der Theorie auf unendlich ausgedehnte Gebiete G S. 527. — 6. Anwendung der Methode auf Differentialgleichungen vierter Ordnung. Transversaldeformation und Schwingungen von Platten S. 528. — 7. Erste Randwert- und Eigenwertaufgabe der Elastizitätstheorie bei zwei Dimensionen S. 530. — 8. Andere Methode zur Konstruktion der Grenzfunktion S. 532.	
§ 10. Das Problem von Plateau.	535
1. Problemstellung und Ansatz zur Lösung S. 535. — 2. Beweis der Variationsrelationen S. 538. — 3. Existenz der Lösung des Variationsproblems S. 541.	
Ergänzende Literaturangaben	544
Namen- und Sachverzeichnis	545
Kurzbibliographien	
RICHARD COURANT, Band I, 4. Umschlagseite	
DAVID HILBERT, Band II, 4. Umschlagseite	