

# Inhaltsverzeichnis

## L. Bewegungsstabilität bei Systemen mit endlich vielen Freiheitsgraden

Von Dr. phil. WOLFGANG HAHN

o. Professor an der Technischen Hochschule in Graz

I. Lineare zeitunabhängige Systeme . . . . .	1
§ 1. Grundbegriffe, Terminologie . . . . .	1
§ 2. Lineare Differential- und Differenzgleichungen mit konstanten Koeffizienten . . . . .	4
§ 3. Algebraische Stabilitätskriterien . . . . .	7
§ 4. Die Ortskurvenkriterien. Das Wurzelortverfahren . . . . .	10
§ 5. Die $D$ -Zerlegung . . . . .	15
§ 6. Strukturelle Stabilität . . . . .	17
§ 7. Systeme mit Totzeit und verteilten Parametern . . . . .	18
§ 8. Abtastsysteme (Impulssysteme) . . . . .	20
II. Lineare zeitabhängige Parameter . . . . .	22
§ 9. Allgemeine lineare Systeme; der Begriff der Stabilität nach LJAPUNOV . . . . .	22
§ 10. Periodische Koeffizienten . . . . .	25
§ 11. Resonanz bei periodischer und fastperiodischer Zwangskraft . . . . .	27
§ 12. Die Hillsche Gleichung . . . . .	29
III. Nichtlineare Systeme in der Phasenebene . . . . .	35
§ 13. Das System $\dot{x} = f(x, y), \dot{y} = g(x, y)$ . . . . .	35
§ 14. Klassifikation der singulären Punkte . . . . .	39
§ 15. Periodische Lösungen . . . . .	44
§ 16. Konservative Systeme eines Freiheitsgrades . . . . .	48
§ 17. Gleichungen mit stückweise linearen rechten Seiten . . . . .	50
§ 18. Relaisysteme . . . . .	54
IV. Die direkte Methode von LJAPUNOV . . . . .	58
§ 19. Grundbegriffe . . . . .	58
§ 20. Die Hauptsätze der direkten Methode für autonome Gleichungen . . . . .	60
§ 21. Gestörte lineare Systeme . . . . .	62
§ 22. Die Stabilitätsgrenze . . . . .	65
§ 23. Die Differentialgleichung von ZUBOV . . . . .	66
§ 24. Ljapunovsche Funktionen für stark nichtlineare Systeme . . . . .	68
§ 25. Nichtautonome Gleichungen . . . . .	73

V. Erzwungene Schwingungen . . . . .	75
§ 26. Gestörte lineare Systeme eines Freiheitsgrades . . . . .	75
§ 27. Systeme höherer Ordnung . . . . .	79
§ 28. Die Stabilität erzwungener Schwingungen . . . . .	82
VI. Selbsterregte Schwingungen autonomer Systeme . . . . .	85
§ 29. Konstruktion periodischer Lösungen . . . . .	85
§ 30. Beispiele für die Bestimmung der periodischen Lösung . . . . .	88
§ 31. Die Stabilität der selbsterregten Schwingungen; die kritischen Fälle . . . . .	92
VII. Die harmonische Linearisierung und verwandte Näherungsmethoden . . . . .	96
§ 32. Die Beschreibungsfunktion . . . . .	96
§ 33. Die harmonische Linearisation (harmonische Balance) . . . . .	100
§ 34. Die Methode der Mittelbildung . . . . .	107
§ 35. Die Tragweite der Näherungsmethoden . . . . .	111
Literatur . . . . .	112

## M. Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik

Von Dr. rer. nat. DIETRICH MORGENSTERN Ph. D.

o. Professor für Mathematische Statistik an der Universität Freiburg i. Br.

unter Mitarbeit von

Dr. rer. nat. VOLKER MAMMITZSCH

Privatdozent für Mathematik an der Universität München

§ 1. Allgemeines über Wahrscheinlichkeitstheorie und mathematische Statistik . . . . .	114
1.1 Wahrscheinlichkeitstheorie . . . . .	114
1.1.1 Häufigkeitsinterpretation . . . . .	116
1.1.2 Vernünftige Wette . . . . .	116
1.1.3 Deutung von Ergebnissen der Theorie . . . . .	116
1.2 Mathematische Statistik . . . . .	116
1.2.1 Einfache Beispiele statistischer Fragestellungen . . . . .	117
1.2.2 Antwortmöglichkeiten der mathematischen Statistik . . . . .	117
1.2.3 Höhere Gesichtspunkte der mathematischen Statistik . . . . .	118
§ 2. Kombinatorik . . . . .	119
2.1 $r$ -Kombinationen . . . . .	120
2.2 $r$ -Permutationen . . . . .	121
2.3 Besetzungsprobleme . . . . .	122
2.4 Ein spezielles Anordnungsproblem . . . . .	123

§ 3. Grundlegende Definitionen . . . . .	124
3.1 Das Ereignisfeld . . . . .	124
3.2 Die Wahrscheinlichkeitsbelegung . . . . .	125
3.3 Unter-Ereignisfelder . . . . .	125
3.4 Unabhängigkeit von Unter-Ereignisfeldern . . . . .	125
3.5 Zufällige Größen . . . . .	126
3.6 Die Verteilungsfunktion . . . . .	127
3.7 Der Erwartungswert . . . . .	130
3.8 Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte . . . . .	131
3.9 Durch zufällige Größen gegebene Bedingungen . . . . .	132
§ 4. Kombination von Ereignissen . . . . .	133
4.1 Die Poincaré-Sylvesterschen Formeln . . . . .	133
4.2 Borel-Cantellisches Lemma . . . . .	134
§ 5. Allgemeines über Verteilungen von Zufallsgrößen . . . . .	135
5.1 Das Rechnen mit zufälligen Größen . . . . .	135
5.2 Fourier-Transformation . . . . .	137
5.3 Momente und momentenerzeugende Funktion . . . . .	138
5.4 Weitere Kenngrößen von Verteilungen . . . . .	142
§ 6. Abhängigkeitsmaße für zwei zufällige Größen . . . . .	144
6.1 Kovarianz und Korrelationskoeffizient . . . . .	145
6.2 Korrelationsverhältnis . . . . .	145
6.3 Maximalkorrelation . . . . .	146
6.4 Quadratmittelkontingenz . . . . .	146
6.5 Informationsabstand . . . . .	147
§ 7. Ungleichungen und Grenzwertsätze . . . . .	148
7.1 Die Ungleichung von TSCHEBYSCHEFF und verwandte Ungleichungen 148	
7.2 Das Gesetz der großen Zahlen . . . . .	149
7.3 Der Zentrale Grenzwertsatz . . . . .	150
§ 8. Spezielle Verteilungen . . . . .	151
8.1 Binomialverteilung . . . . .	151
8.2 Polynomialverteilung . . . . .	153
8.3 Pascal-Verteilung . . . . .	154
8.4 Poly-Pascal-Verteilung . . . . .	155
8.5 Poisson-Verteilung . . . . .	156
8.6 Hypergeometrische Verteilung . . . . .	157
8.7 Poly-hypergeometrische Verteilung . . . . .	158
8.8 Pólya-Verteilung . . . . .	158
8.9 Überschreitungswahrscheinlichkeiten . . . . .	159
8.10 Überschreitungswartezeiten . . . . .	160
8.11 Gumbelsche Wiederkehrperiode . . . . .	160
8.12 Die eindimensionale Normalverteilung . . . . .	161
8.13 Die mehrdimensionale Normalverteilung . . . . .	164
8.14 $F$ -Verteilung . . . . .	165
8.15 $\chi^2$ -Verteilung . . . . .	166
8.16 Nichtzentrale $\chi^2$ -Verteilung . . . . .	167
8.17 $t$ -Verteilung . . . . .	168

8.18	<i>F</i> -Verteilung . . . . .	169
8.19	<i>B</i> -Verteilung . . . . .	170
8.20	Nichtzentrale <i>F</i> -Verteilung . . . . .	171
8.21	Wishart-Verteilung . . . . .	172
8.22	Weitere Verteilungen . . . . .	173
	8.22.1 Die logarithmische Normalverteilung . . . . .	173
	8.22.2 Die Exponentialverteilung . . . . .	173
	8.22.3 Die logistische Verteilung . . . . .	173
	8.22.4 Die Extremwertverteilung . . . . .	174
	8.22.5 Die Extremwertverteilung zweiten Typus . . . . .	174
	8.22.6 Die Laplacesche Verteilung . . . . .	174
§ 9.	Die geordnete Stichprobe . . . . .	174
	9.1 Darstellungen der geordneten Stichprobe . . . . .	175
	9.2 Die empirische Verteilungsfunktion und ihre asymptotischen Eigenschaften . . . . .	176
	9.3 Quantile und Stichprobenquantile . . . . .	178
	9.4 Gruppierte Beobachtungsgrößen . . . . .	179
§ 10.	Schätztheorie . . . . .	180
	10.1 Schätzfunktion und Konfidenzbereich . . . . .	180
	10.2 Bemerkung über erschöpfende Abbildungen . . . . .	181
	10.3 Allgemeine Schranken durch die Informationsungleichung von CRAMÉR und RAO . . . . .	182
	10.4 Die allgemeine Maximum-Likelihood-Methode . . . . .	183
§ 11.	Testtheorie . . . . .	185
	11.1 Definition des Signifikanztests . . . . .	185
	11.2 Die allgemeine Methode des Maximum-Likelihood-Quotienten . . . . .	186
	11.3 Spezielle Testverfahren für die Polynomialverteilung . . . . .	186
	11.3.1 Der $\chi^2$ -Test . . . . .	186
	11.3.2 Kontingenztafel . . . . .	189
	11.4 Alternativtest . . . . .	190
	11.4.1 Allgemeines . . . . .	190
	11.4.2 Unabhängige Beobachtungen mit derselben Verteilung . . . . .	191
	11.4.3 Zusammengesetzte Hypothesen für das Alternativproblem . . . . .	191
	11.4.4 Sequentialverfahren für das Alternativproblem . . . . .	192
§ 12.	Lineare Modelle (Varianzanalyse) . . . . .	194
	12.1 Allgemeine Testtheorie linearer Modelle . . . . .	195
	12.2 Allgemeine Schätztheorie linearer Modelle . . . . .	196
	12.3 Konfidenztheorie linearer Modelle . . . . .	197
	12.4 Beispiele für lineare Modelle . . . . .	199
	12.4.1 Gemeinsamer Erwartungswert normalverteilter Größen . . . . .	199
	12.4.2 Erwartungswerte zweier Gruppen normalverteilter Größen . . . . .	200
	12.4.3 Ein-Faktor-Analyse . . . . .	201
	12.4.4 Zwei-Faktor-Analyse . . . . .	202
	12.4.5 Ein lineares Modell mit zwei Merkmalen . . . . .	205
	12.5 Einiges über Versuchsplanung . . . . .	206
	12.5.1 Fragestellung und Nutzen der Versuchsplanung . . . . .	206
	12.5.2 Lateinische Quadrate . . . . .	207

12.6 Einfache Regression . . . . .	208
12.7 Polynomialregression . . . . .	210
12.8 Vergleich von Regressionen (Kovarianzanalyse) . . . . .	211
12.9 Ein Modell zweiter Art . . . . .	212
§ 13. Korrelationstheorie und Regressionstheorie . . . . .	212
13.1 Grundlegende Definitionen . . . . .	213
13.2 Berechnungsformeln . . . . .	214
13.3 Kanonische Korrelationen und Maximalkorrelationen . . . . .	216
13.4 Hauptkomponenten und Faktoranalyse . . . . .	217
§ 14. Stichprobenverfahren . . . . .	218
14.1 Anteilschätzungen . . . . .	218
14.1.1 Einfache Stichprobe . . . . .	218
14.1.2 Geschichtete Stichprobe . . . . .	219
14.1.3 Optimale Schichtauswahlen . . . . .	220
14.2 Heterograde oder quantitativer Fall . . . . .	221
§ 15. Stochastische Prozesse . . . . .	224
15.1 Markoffsche Ketten mit ganzzahligem Parameter . . . . .	224
15.1.1 Ganzzahlige Markoffsche Ketten mit stationären Übergangswahrscheinlichkeiten . . . . .	225
15.1.2 Grenzwertsätze für Zustandsfunktionen . . . . .	227
15.1.2.1 Gesetz der großen Zahlen . . . . .	227
15.1.2.2 Zentraler Grenzwertsatz . . . . .	228
15.1.3 Verzweigungsprozesse . . . . .	228
15.2 Markoffsche Ketten mit kontinuierlichem Parameter . . . . .	230
15.2.1 Beziehungen zwischen den Übergangswahrscheinlichkeiten . . . . .	230
15.2.2 Einteilung der Zustände . . . . .	231
15.2.3 Asymptotisches Verhalten der Übergangswahrscheinlichkeiten . . . . .	232
15.2.4 Vollständige Beschreibung einer Markoff-Kette . . . . .	232
15.3 Brown-Wienerscher Prozeß . . . . .	232
15.3.1 Eigenschaften . . . . .	233
15.3.2 Darstellungen . . . . .	234
15.3.3 Arcus-Sinus-Gesetze . . . . .	235
15.4 Stationäre Prozesse mit ganzzahligem Index . . . . .	235
15.5 Stationäre Prozesse mit reell-kontinuierlichem Index . . . . .	238
§ 16. Informationstheorie . . . . .	241
16.1 Elementare Theorie . . . . .	241
16.1.1 Kanal ohne Störungen . . . . .	241
16.1.2 Kanal mit Störungen . . . . .	242
16.2 Stochastische Theorie . . . . .	243
16.2.1 Kanal ohne Störungen . . . . .	243
16.2.2 Kanal mit Störungen . . . . .	244
Literatur . . . . .	246

# N. Sätze und Formeln der Mechanik und Elektrotechnik

## I. Mechanik

Von Dipl.-Ing. WOLFGANG ZANDER

Technische Universität, Berlin

Grundlagen . . . . .	248
§ 1. Allgemeine Kontinuumstheorie . . . . .	248
1.1 Grundelemente . . . . .	248
1.2 Kinematik . . . . .	251
1.2.1 Ortsvektoren, Geschwindigkeit, Beschleunigung . . . . .	251
1.2.2 Bezugskonfiguration. Deformationsgradient . . . . .	253
1.2.3 Basen. Euklidische Versetzer. Verschiebungsvektor . . . . .	257
1.2.4 Verzerrungstensoren und Verzerrungsmaße . . . . .	261
1.2.5 Drehung. Verträglichkeitsbedingungen . . . . .	269
1.2.6 Verformungsgeschwindigkeiten . . . . .	272
1.2.7 Näherungen . . . . .	274
1.3 Kräfte . . . . .	279
1.3.1 Allgemeines . . . . .	279
1.3.2 Spannungen . . . . .	282
1.3.3 Spannungsgeschwindigkeiten . . . . .	283
1.4 Bilanzsätze, insbesondere die der Dynamik . . . . .	285
1.4.1 Allgemeines . . . . .	285
1.4.2 Massenerhaltung . . . . .	289
1.4.3 Bilanzsätze der Dynamik . . . . .	291
1.4.4 Bilanzsätze der Thermodynamik . . . . .	297
1.4.5 Andere Prinzipien . . . . .	302
1.5 Materialgesetze . . . . .	306
1.5.1 Allgemeines. Zwängungen . . . . .	306
1.5.2 Allgemeine Prinzipien . . . . .	308
1.5.3 Isomorphie, Homogenität und einfache Materialien . . . . .	312
1.5.4 Spezielle einfache Stoffe . . . . .	316
Spezielle Theorien der Mechanik . . . . .	322
§ 2. Der starre Körper . . . . .	322
2.1 Folgerungen aus der kinematischen Starrheit . . . . .	322
2.2 Dynamik der starren Körper, insbesondere die des Schwerpunktes . . . . .	325
2.3 Drehbewegung des starren Körpers. Kreiseltheorie . . . . .	332
2.4 Starrkörpersysteme und Prinzipien . . . . .	339
2.4.1 Systeme starrer Körper . . . . .	339
2.4.2 Prinzipien . . . . .	341
§ 3. Strömungsmechanik . . . . .	344
3.1 Allgemeines . . . . .	344
3.1.1 Besonderheiten der Flüssigkeiten . . . . .	344
3.1.2 Impulssatz der Strömungsmechanik . . . . .	344

3.2 Ideale Flüssigkeit . . . . .	346
3.2.1 Grundgleichungen und Randbedingungen . . . . .	346
3.2.2 Potential- und Wirbelströmungen im $E_3$ . . . . .	349
3.2.3 Rotationssymmetrische und ebene Probleme . . . . .	354
3.3 Ideale Gase . . . . .	356
3.3.1 Materialgleichungen . . . . .	356
3.3.2 Energiebilanz. Wirbelsätze . . . . .	359
3.3.3 Schwache Unstetigkeiten. Schallwellen. Stoßfronten . . . . .	361
3.3.4 Stationärer Stromfaden . . . . .	365
3.3.5 Allgemeine gasdynamische Probleme . . . . .	367
3.4 Zähle Flüssigkeiten . . . . .	368
3.4.1 Allgemeines. Viskosimetrie . . . . .	368
3.4.2 Navier-Stokessche Flüssigkeit . . . . .	373
§ 4. Elastische Körper . . . . .	382
4.1 Allgemeines . . . . .	382
4.1.1 Materialgleichungen . . . . .	382
4.2 Klassische Elastizitätstheorie . . . . .	384
4.2.1 Grundgleichungen . . . . .	384
4.2.2 Lösungsansätze für die Verschiebungsgleichungen . . . . .	390
4.2.3 Lösungsansätze für Spannungsfunktionen . . . . .	393
4.3 Einige Tragwerke . . . . .	397
4.3.1 Reine Torsion zylindrischer Stäbe . . . . .	397
4.3.2 Scheiben . . . . .	399
4.3.3 Grundsätzliches zu approximativen Tragwerkstheorien . . . . .	400
4.3.4 Gerader Stab bzw. Balken . . . . .	402
4.3.5 Plattenbiegung . . . . .	404
4.4 Prinzipien der Elastizitätstheorie . . . . .	406
4.4.1 Allgemeines . . . . .	406
Anhang . . . . .	408
A. 1 Differentialbezeichnungen in speziellen Koordinatensystemen . . . . .	408
A. 2 Besondere Formeln aus der Tensorrechnung auf Flächen . . . . .	413
Literatur . . . . .	415

## II. Elektrotechnik

Von Dr. rer. nat. KLAUS PÖSCHL

apl. Professor an der Technischen Hochschule München

§ 1. Die Grundgleichungen des elektromagnetischen Feldes . . . . .	419
1.1 Allgemeine Form der Gleichungen . . . . .	419
1.2 Homogene isotrope Medien . . . . .	423
1.3 Kraft des elektromagnetischen Feldes auf bewegte Ladungen . . . . .	426
§ 2. Elektrische Potentialfelder . . . . .	427
2.1 Elektrostatische Felder in dielektrischen Medien . . . . .	427
2.2 Elektrostatische Felder bei Vorhandensein leitender Körper . . . . .	428

2.3 Ebene und achsensymmetrische elektrostatische Felder . . . . .	430
2.4 Stationäres Feld in einem homogenen stromdurchflossenen Leiter	433
2.5 Transversal-elektromagnetische Felder in isotropen Medien . . .	434
§ 3. Stationäre magnetische Felder . . . . .	434
3.1 Magnetische Felder im Vakuum . . . . .	434
3.2 Magnetische Medien . . . . .	437
§ 4. Elektromagnetische Felder mit harmonischer Zeitabhängigkeit . .	438
4.1 Allgemeines . . . . .	438
4.2 Homogene isotrope Medien . . . . .	440
4.3 Skineffekt . . . . .	444
§ 5. Elektromagnetische Wellen und Schwingungen in Medien ohne freie Ladungen . . . . .	445
5.1 Ebene Wellen in homogenen Medien . . . . .	445
5.1.1 Isotrope Medien . . . . .	445
5.1.2 Gyromagnetische Medien . . . . .	446
5.2 Wellenleiter . . . . .	447
5.2.1 Allgemeines . . . . .	447
5.2.2 Homogene zylindrische Wellenleiter mit Metallwänden . .	449
5.2.3 Hohlleiter mit veränderlichem Querschnitt . . . . .	452
5.2.4 Periodische Wellenleiter . . . . .	454
5.3 Innenraumproblem; Resonatoren . . . . .	456
5.4 Außenraumprobleme; Strahlungsfelder . . . . .	459
§ 6. Bewegungen geladener Teilchen in elektromagnetischen Feldern . .	462
6.1 Bewegungsgleichungen für Elektronen . . . . .	462
6.2 Stationäre Elektronenströmungen im Vakuum . . . . .	465
6.3 Elektronenströmung und Plasma als elektromagnetisches Medium	467
6.3.1 Allgemeines . . . . .	467
6.3.2 Wellen im unbegrenzten Medium . . . . .	469
6.3.3 Wellen in einer kreiszylindrischen Elektronenströmung . .	470
6.3.4 Wellen in einer kreiszylindrischen Plasmasäule . . . . .	471
6.3.5 Leitungsgleichungen für Elektronenströmungen . . . . .	472
6.3.6 Eindimensionale Elektronenbündelung . . . . .	472
6.4 Magnetohydrodynamische Vorgänge . . . . .	473
6.5 Wellen in Halbleitern . . . . .	475
6.5.1 Ladungsträgerwellen . . . . .	475
6.5.2 Wellen in Halbleiterplasmen . . . . .	477
6.5.3 Akustische Wellen in piezoelektrischen Halbleitern . . .	477
§ 7. Elektrisches Rauschen . . . . .	478
7.1 Rauschen als stochastischer Prozeß . . . . .	478
7.2 Thermisches Rauschen . . . . .	481
7.3 Pulsprozesse; Schrotrauschen . . . . .	481
7.4 Rauschen in Elektronenströmungen . . . . .	485
§ 8. Netzwerke und Übertragungssysteme . . . . .	486
8.1 Topologische Betrachtungen; Zustandsgleichungen . . . . .	486
8.2 $n$ -Tore . . . . .	491

8.2.1 Allgemeines; Passivität . . . . .	491
8.2.2 Lineare zeitinvariante $n$ -Tore . . . . .	492
8.3 Lineare zeitinvariante $n$ -Tore mit Rauschquellen . . . . .	494
8.4 Leitungen . . . . .	496
8.4.1 Leitungsgleichungen . . . . .	496
8.4.2 Gekoppelte Wellen . . . . .	498
8.5 Übertragungssysteme . . . . .	499
8.5.1 Allgemeines; Linearität . . . . .	499
8.5.2 Volterrasche Funktionalreihen für zeitinvariante nicht- lineare Übertragungssysteme . . . . .	502
8.5.3 Ein Stabilitätskriterium für nichtlineare rückgekoppelte Übertragungssysteme . . . . .	503
8.5.4 Die Manley-Roweschen Energiebeziehungen für eine nicht- lineare Reaktanz . . . . .	504
8.5.5 Übertragung von Rauschen durch zeitinvariante Über- tragungssysteme . . . . .	505
8.5.6 Das angepaßte Filter . . . . .	508
8.5.7 Übertragung von Signal und Rauschen durch nichtlineare Übertragungssysteme ohne Gedächtnis . . . . .	509
8.6 Lineare Filterung . . . . .	509
8.7 Das Maximumprinzip von PONTRJAGIN bei optimaler Regelung 511	
§ 9. Signale und Signalerkennung . . . . .	513
9.1 Signale und Spektren . . . . .	513
9.1.1 Unschärferelation . . . . .	513
9.1.2 Bandbegrenzte Signale . . . . .	514
9.1.3 Zeitbegrenzte Signale . . . . .	515
9.1.4 Analytische Signale . . . . .	515
9.1.5 Phasenmodulierte Signale . . . . .	516
9.2 Erkennung eines periodischen Signals durch Korrelation . . . . .	517
9.3 Likelihood-Test bei bekanntem Signalverlauf . . . . .	518
9.4 Entscheidung zwischen $M$ Signalen bei Gaußischem Rauschen . . . . .	520
9.5 Gaußscher Kanal . . . . .	521
Literatur . . . . .	522
<b>Sachverzeichnis</b> (für Teil IV) . . . . .	526
<b>Gesamt-Sachverzeichnis</b> (für alle 4 Teilbände) . . . . .	539