

Inhalt

Einleitung: Naturgesetz und Funktion	1
1. Teil: Elementarmathematik	8
1. Kapitel: Algebra	8
§ 1. Rechenoperationen	8
§ 2. Komplexe Zahlen	13
§ 3. Arithmetische und geometrische Folgen	16
§ 4. Algebraische Gleichungen mit einer Unbekannten	17
§ 5. Lineare Gleichungen mit mehreren Unbekannten	19
2. Kapitel: Geometrie	23
§ 6. Elementargeometrische Formeln	23
§ 7. Symmetrie	28
3. Kapitel: Elementare Funktionen	30
§ 8. Exponentialfunktion und logarithmische Funktion	30
§ 9. Trigonometrische Funktionen	32
§ 10. Die trigonometrische Form der komplexen Zahlen	38
§ 11. Zyklometrische Funktionen	40
4. Kapitel: Analytische Geometrie	42
§ 12. Koordinatensysteme	42
§ 13. Die gerade Linie	44
§ 14. Die Kegelschnitte	49
§ 15. Koordinatentransformationen	53
§ 16. Proportionalität und Naturgesetz	55
5. Kapitel: Vektorrechnung	61
§ 17. Der Begriff des Vektors	61
§ 18. Addition und Subtraktion von Vektoren	62
§ 19. Das skalare Produkt zweier Vektoren	63
§ 20. Das Vektorprodukt zweier Vektoren	65
6. Kapitel: Kombinatorik und binomischer Lehrsatz	67
§ 21. Grundbegriffe der Kombinatorik	67
§ 22. Der binomische Lehrsatz	72
7. Kapitel: Determinanten	74
§ 23. Die zweireihige Determinante	74
§ 24. Die dreireihige Determinante	76
§ 25. Eigenschaften dreireihiger Determinanten	79
§ 26. Die n -reihige Determinante – Anwendungsbeispiele	81
2. Teil: Differential- und Integralrechnung für Funktionen von einer Veränderlichen ..	86
1. Kapitel: Grenzwert und Differentialquotient	86
§ 27. Die Geschwindigkeit	86
§ 28. Der Quotient $0 : 0$	90
§ 29. Der Begriff des Grenzwertes oder Limes	92
§ 30. Die Zahl e – Natürliche Logarithmen – Hyperbelfunktionen	98
§ 31. Der Differentialquotient	101
§ 32. Die allgemeine reale Bedeutung des Differentialquotienten	103

2. Kapitel: Die Technik des Differenzierens	106
§ 33. Differentiation von Konstanten	107
§ 34. Die Potenzfunktion	109
§ 35. Differentiation von Summe, Produkt und Quotient	109
§ 36. Kettenregel – Implizite Funktionen	112
§ 37. Verallgemeinerung der Potenzregel	116
§ 38. Differentiation der trigonometrischen und zyklometrischen Funktionen	118
§ 39. Differentiation der logarithmischen Funktion und der Exponentialfunktion	120
3. Kapitel: Ableitungen höherer Ordnung – Extremwerte und Wendepunkte	122
§ 40. Ableitungen höherer Ordnung	122
§ 41. Theorie der Extremwerte – Wendepunkte	125
§ 42. Beispiele	129
§ 43. Differentiation der Parameterdarstellung	132
4. Kapitel: Differenzierbarkeit – Differential – Fehlerabschätzung	136
§ 44. Differenzierbarkeit	136
§ 45. Das Differential	139
§ 46. Fehlerabschätzung	141
5. Kapitel: Begriffliche Grundlegung der Integralrechnung	145
§ 47. Entwicklung der neuen Begriffe an einem naturwissenschaftlichen Beispiel	145
§ 48. Das unbestimmte Integral	148
§ 49. Vorläufige Erklärung des bestimmten Integrals	151
6. Kapitel: Die Technik des Integrierens	158
§ 50. Grundformeln	158
§ 51. Integration durch Substitution	160
§ 52. Partielle Integration	163
§ 53. Integration durch Partialbruchzerlegung	165
§ 54. Durchführung der noch ungelösten naturwissenschaftlichen Beispiele	168
7. Kapitel: Das bestimmte Integral	172
§ 55. Der Begriff des bestimmten Integrals	172
§ 56. Eigenschaften des bestimmten Integrals	176
§ 57. Beispiele zur Flächenberechnung	178
§ 58. Rektifikation von Kurven	184
§ 59. Naturwissenschaftliche Anwendungen	184
3. Teil: Funktionen von mehreren Veränderlichen	189
1. Kapitel: Begriff und geometrische Bedeutung	189
§ 60. Der Begriff der Funktion von mehreren Veränderlichen	189
§ 61. Geometrische Veranschaulichung der Funktionen von zwei Veränderlichen	191
2. Kapitel: Differentialrechnung für Funktionen von mehreren Veränderlichen	196
§ 62. Partielle Differentialquotienten und Differentiale	196
§ 63. Totales Differential und totaler Differentialquotient	198
§ 64. Differentiation impliziter und mittelbarer Funktionen	201
§ 65. Ableitungen höherer Ordnung	203
§ 66. Anwendung auf die Fehlerabschätzung	205
3. Kapitel: Integralrechnung für Funktionen von mehreren Veränderlichen	208
§ 67. Das unbestimmte Integral	208
§ 68. Das bestimmte Integral	211
§ 69. Das zweifache Integral und das Doppelintegral	216

4. Kapitel: Anwendung auf die Thermodynamik	220
§ 70. Der erste Hauptsatz	221
§ 71. Spezifische Wärme	222
§ 72. Ideale Gase	223
§ 73. Mathematische Definition der Entropie	225
§ 74. Isotherme und adiabatische Zustandsänderung	225
§ 75. Der CARNOTSche Kreisprozeß	228
§ 76. Die Formel von CLAUDIUS-CLAPEYRON	229
4. Teil: Differentialgleichungen	233
1. Kapitel: Begriff und geometrische Bedeutung	233
§ 77. Definitionen	233
§ 78. Geometrische Bedeutung gewöhnlicher Differentialgleichungen	235
2. Kapitel: Gewöhnliche Differentialgleichungen 1. Ordnung	242
§ 79. Methoden der Trennung der Variablen und der Variation der Konstanten ..	242
§ 80. Überleitung zur Methode des integrierenden Faktors	245
§ 81. Verallgemeinerung der Methode des integrierenden Faktors	250
3. Kapitel: Die gewöhnliche Differentialgleichung 2. Ordnung	254
§ 82. Geometrische Überlegungen	254
§ 83. Auf Gleichungen 1. Ordnung zurückführbare Differentialgleichungen	
2. Ordnung	255
§ 84. Die homogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung	258
§ 85. Anwendungen der homogenen linearen Differentialgleichung 2. Ordnung ...	262
§ 86. Die inhomogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung	267
§ 87. Simultane Differentialgleichungen	271
4. Kapitel: Partielle Differentialgleichungen	277
§ 88. Allgemeines. Geometrische Deutung	277
§ 89. Einige besondere Differentialgleichungen	281
§ 90. Potential – LAPLACEScher Operator	283
§ 91. Die SCHRÖDINGER-Gleichung	285
5. Teil: Unendliche Reihen – Näherungsverfahren	287
§ 92. Allgemeine Orientierung	287
1. Kapitel: Konvergenz und Divergenz	291
§ 93. Die Begriffe notwendig und hinreichend	291
§ 94. Konvergenz von Reihen mit konstanten Gliedern	293
§ 95. Konvergenz der Reihen mit veränderlichen Gliedern	299
2. Kapitel: Potenzreihen	302
§ 96. Allgemeines – MAC LAURENSche Reihe	302
§ 97. Anwendungen	304
§ 98. Funktionen einer komplexen Veränderlichen	308
§ 99. Zwei naturwissenschaftliche Anwendungen	310
3. Kapitel: Grundlagen der FOURIERSchen Reihen	313
§ 100. Die allgemeinen Formeln	313
§ 101. Beispiele	318
§ 102. Verallgemeinerung der Periodenlänge	322

4. Kapitel: Näherungsweise Integration – Interpolation	323
§ 103. Integration mittels unendlicher Reihen	324
§ 104. Erste Näherungsformel für das bestimmte Integral	326
§ 105. Trapezformel und SIMPSONSche Regel	329
§ 106. Interpolation	331
§ 107. Von der empirisch gegebenen zur ganzen rationalen Funktion	335
5. Kapitel: Näherungsweise Auflösung von Gleichungen	341
§ 108. Die regula falsi.	341
§ 109. Das NEWTONSche Näherungsverfahren	342
§ 110. Das Iterationsverfahren	343
6. Teil: Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung	345
1. Kapitel: Einführung in die Begriffsbildung	345
§ 111. Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff	345
§ 112. Das Kollektiv und die statistische Wahrscheinlichkeit	347
§ 113. Statistische Verteilung	350
§ 114. Mittelwerte – Streuung	351
2. Kapitel: Wahrscheinlichkeitsrechnung	355
§ 115. Additions- und Multiplikationssatz	355
§ 116. Stetige Wahrscheinlichkeit	357
3. Kapitel: Fehlerverteilungsgesetz – Korrelation und Regression	359
§ 117. Fehlerverteilungskurve und -funktion	359
§ 118. Berechnung des Wahrscheinlichkeitsintegrals	363
§ 119. Diskussion des Fehlerverteilungsgesetzes	365
§ 120. Korrelation und Regression	366
Anhang: Lösungen der Übungsaufgaben	371
Namen- und Sachverzeichnis	395