

# Inhalt

Einleitung: Naturgesetz und Funktion .....	1
1. Teil: Elementarmathematik .....	8
1. Kapitel: Algebra .....	8
§ 1. Rechenoperationen .....	8
§ 2. Komplexe Zahlen .....	13
§ 3. Arithmetische und geometrische Folgen .....	16
§ 4. Algebraische Gleichungen mit einer Unbekannten .....	17
§ 5. Lineare Gleichungen mit mehreren Unbekannten .....	19
2. Kapitel: Geometrie .....	23
§ 6. Elementargeometrische Formeln .....	23
§ 7. Symmetrie .....	28
3. Kapitel: Elementare Funktionen .....	30
§ 8. Exponentialfunktion und logarithmische Funktion .....	30
§ 9. Trigonometrische Funktionen .....	32
§ 10. Die trigonometrische Form der komplexen Zahlen .....	38
§ 11. Zyklometrische Funktionen .....	40
4. Kapitel: Analytische Geometrie .....	42
§ 12. Koordinatensysteme .....	42
§ 13. Die gerade Linie .....	44
§ 14. Die Kegelschnitte .....	49
§ 15. Koordinatentransformationen .....	53
§ 16. Proportionalität und Naturgesetz .....	55
5. Kapitel: Vektorrechnung .....	61
§ 17. Der Begriff des Vektors .....	61
§ 18. Addition und Subtraktion von Vektoren .....	62
§ 19. Das skalare Produkt zweier Vektoren .....	63
§ 20. Das Vektorprodukt zweier Vektoren .....	65
6. Kapitel: Kombinatorik und binomischer Lehrsatz .....	67
§ 21. Grundbegriffe der Kombinatorik .....	67
§ 22. Der binomische Lehrsatz .....	72
7. Kapitel: Determinanten .....	74
§ 23. Die zweireihige Determinante .....	74
§ 24. Die dreireihige Determinante .....	76
§ 25. Eigenschaften dreireihiger Determinanten .....	79
§ 26. Die $n$ -reihige Determinante – Anwendungsbeispiele .....	81
2. Teil: Differential- und Integralrechnung für Funktionen von einer Veränderlichen ..	86
1. Kapitel: Grenzwert und Differentialquotient .....	86
§ 27. Die Geschwindigkeit .....	86
§ 28. Der Quotient $0 : 0$ .....	90
§ 29. Der Begriff des Grenzwertes oder Limes .....	92
§ 30. Die Zahl $e$ – Natürliche Logarithmen – Hyperbelfunktionen .....	98
§ 31. Der Differentialquotient .....	101
§ 32. Die allgemeine reale Bedeutung des Differentialquotienten .....	103

2. Kapitel: Die Technik des Differenzierens .....	106
§ 33. Differentiation von Konstanten .....	107
§ 34. Die Potenzfunktion .....	109
§ 35. Differentiation von Summe, Produkt und Quotient .....	109
§ 36. Kettenregel – Implizite Funktionen .....	112
§ 37. Verallgemeinerung der Potenzregel .....	116
§ 38. Differentiation der trigonometrischen und zyklometrischen Funktionen .....	118
§ 39. Differentiation der logarithmischen Funktion und der Exponentialfunktion .....	120
3. Kapitel: Ableitungen höherer Ordnung – Extremwerte und Wendepunkte .....	122
§ 40. Ableitungen höherer Ordnung .....	122
§ 41. Theorie der Extremwerte – Wendepunkte .....	125
§ 42. Beispiele .....	129
§ 43. Differentiation der Parameterdarstellung .....	132
4. Kapitel: Differenzierbarkeit – Differential – Fehlerabschätzung .....	136
§ 44. Differenzierbarkeit .....	136
§ 45. Das Differential .....	139
§ 46. Fehlerabschätzung .....	141
5. Kapitel: Begriffliche Grundlegung der Integralrechnung .....	145
§ 47. Entwicklung der neuen Begriffe an einem naturwissenschaftlichen Beispiel .....	145
§ 48. Das unbestimmte Integral .....	148
§ 49. Vorläufige Erklärung des bestimmten Integrals .....	151
6. Kapitel: Die Technik des Integrierens .....	158
§ 50. Grundformeln .....	158
§ 51. Integration durch Substitution .....	160
§ 52. Partielle Integration .....	163
§ 53. Integration durch Partialbruchzerlegung .....	165
§ 54. Durchführung der noch ungelösten naturwissenschaftlichen Beispiele .....	168
7. Kapitel: Das bestimmte Integral .....	172
§ 55. Der Begriff des bestimmten Integrals .....	172
§ 56. Eigenschaften des bestimmten Integrals .....	176
§ 57. Beispiele zur Flächenberechnung .....	178
§ 58. Rektifikation von Kurven .....	184
§ 59. Naturwissenschaftliche Anwendungen .....	184
3. Teil: Funktionen von mehreren Veränderlichen .....	189
1. Kapitel: Begriff und geometrische Bedeutung .....	189
§ 60. Der Begriff der Funktion von mehreren Veränderlichen .....	189
§ 61. Geometrische Veranschaulichung der Funktionen von zwei Veränderlichen .....	191
2. Kapitel: Differentialrechnung für Funktionen von mehreren Veränderlichen .....	196
§ 62. Partielle Differentialquotienten und Differentiale .....	196
§ 63. Totales Differential und totaler Differentialquotient .....	198
§ 64. Differentiation impliziter und mittelbarer Funktionen .....	201
§ 65. Ableitungen höherer Ordnung .....	203
§ 66. Anwendung auf die Fehlerabschätzung .....	205
3. Kapitel: Integralrechnung für Funktionen von mehreren Veränderlichen .....	208
§ 67. Das unbestimmte Integral .....	208
§ 68. Das bestimmte Integral .....	211
§ 69. Das zweifache Integral und das Doppelintegral .....	216

4. Kapitel: Anwendung auf die Thermodynamik .....	220
§ 70. Der erste Hauptsatz .....	221
§ 71. Spezifische Wärme .....	222
§ 72. Ideale Gase .....	223
§ 73. Mathematische Definition der Entropie .....	225
§ 74. Isotherme und adiabatische Zustandsänderung .....	225
§ 75. Der CARNOTSche Kreisprozeß .....	228
§ 76. Die Formel von CLAUDIUS-CLAPEYRON .....	229
 4. Teil: Differentialgleichungen .....	 233
1. Kapitel: Begriff und geometrische Bedeutung .....	233
§ 77. Definitionen .....	233
§ 78. Geometrische Bedeutung gewöhnlicher Differentialgleichungen .....	235
2. Kapitel: Gewöhnliche Differentialgleichungen 1. Ordnung .....	242
§ 79. Methoden der Trennung der Variablen und der Variation der Konstanten ..	242
§ 80. Überleitung zur Methode des integrierenden Faktors .....	245
§ 81. Verallgemeinerung der Methode des integrierenden Faktors .....	250
3. Kapitel: Die gewöhnliche Differentialgleichung 2. Ordnung .....	254
§ 82. Geometrische Überlegungen .....	254
§ 83. Auf Gleichungen 1. Ordnung zurückführbare Differentialgleichungen	
2. Ordnung .....	255
§ 84. Die homogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung .....	258
§ 85. Anwendungen der homogenen linearen Differentialgleichung 2. Ordnung ...	262
§ 86. Die inhomogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung .....	267
§ 87. Simultane Differentialgleichungen .....	271
4. Kapitel: Partielle Differentialgleichungen .....	277
§ 88. Allgemeines. Geometrische Deutung .....	277
§ 89. Einige besondere Differentialgleichungen .....	281
§ 90. Potential – LAPLACEScher Operator .....	283
§ 91. Die SCHRÖDINGER-Gleichung .....	285
 5. Teil: Unendliche Reihen – Näherungsverfahren .....	 287
§ 92. Allgemeine Orientierung .....	287
1. Kapitel: Konvergenz und Divergenz .....	291
§ 93. Die Begriffe notwendig und hinreichend .....	291
§ 94. Konvergenz von Reihen mit konstanten Gliedern .....	293
§ 95. Konvergenz der Reihen mit veränderlichen Gliedern .....	299
2. Kapitel: Potenzreihen .....	302
§ 96. Allgemeines – MAC LAURENSche Reihe .....	302
§ 97. Anwendungen .....	304
§ 98. Funktionen einer komplexen Veränderlichen .....	308
§ 99. Zwei naturwissenschaftliche Anwendungen .....	310
3. Kapitel: Grundlagen der FOURIERSchen Reihen .....	313
§ 100. Die allgemeinen Formeln .....	313
§ 101. Beispiele .....	318
§ 102. Verallgemeinerung der Periodenlänge .....	322

4. Kapitel: Näherungsweise Integration – Interpolation .....	323
§ 103. Integration mittels unendlicher Reihen .....	324
§ 104. Erste Näherungsformel für das bestimmte Integral .....	326
§ 105. Trapezformel und SIMPSONSche Regel .....	329
§ 106. Interpolation .....	331
§ 107. Von der empirisch gegebenen zur ganzen rationalen Funktion .....	335
5. Kapitel: Näherungsweise Auflösung von Gleichungen .....	341
§ 108. Die regula falsi. ....	341
§ 109. Das NEWTONSche Näherungsverfahren .....	342
§ 110. Das Iterationsverfahren .....	343
6. Teil: Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	345
1. Kapitel: Einführung in die Begriffsbildung .....	345
§ 111. Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff .....	345
§ 112. Das Kollektiv und die statistische Wahrscheinlichkeit .....	347
§ 113. Statistische Verteilung .....	350
§ 114. Mittelwerte – Streuung .....	351
2. Kapitel: Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	355
§ 115. Additions- und Multiplikationssatz .....	355
§ 116. Stetige Wahrscheinlichkeit .....	357
3. Kapitel: Fehlerverteilungsgesetz – Korrelation und Regression .....	359
§ 117. Fehlerverteilungskurve und -funktion .....	359
§ 118. Berechnung des Wahrscheinlichkeitsintegrals .....	363
§ 119. Diskussion des Fehlerverteilungsgesetzes .....	365
§ 120. Korrelation und Regression .....	366
Anhang: Lösungen der Übungsaufgaben .....	371
Namen- und Sachverzeichnis .....	395