

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Elementare reelle Funktionen . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Grundlagen . . . . .	1
1.1.1 Der reelle Zahlenkörper . . . . .	1
1.1.2 Der binomische Satz . . . . .	8
1.1.3 Ungleichungen . . . . .	20
1.1.4 Der absolute Betrag . . . . .	27
1.2 Reelle Funktionen . . . . .	33
1.2.1 Begriff. Darstellungsformen . . . . .	33
1.2.2 Symmetrieeigenschaften . . . . .	49
1.2.3 Kongruente Verschiebung. Affine Stauchung . . . . .	55
1.2.4 Schranken. Nullstellen . . . . .	62
1.2.5 Umkehrfunktionen . . . . .	69
1.3 Polynome . . . . .	76
1.3.1 Polynombegriff. Polynomwerte. Polynomverknüpfungen . . . . .	76
1.3.2 Polynomumordnung. Vollständiges Horner-Schema . . . . .	85
1.3.3 Polynomgleichungen: Lösungen . . . . .	91
1.3.4 Polynomgleichungen: Lösungsverfahren . . . . .	101
1.3.5 Interpolationspolynome . . . . .	111
1.3.6 Stellenwertssysteme . . . . .	115
1.4 Gebrochen-rationale Funktionen . . . . .	122
1.4.1 Charakteristische Merkmale . . . . .	122
1.4.2 Partialbruchzerlegung von Polynombrüchen . . . . .	127
1.5 Algebraische Funktionen . . . . .	133
1.6 Kreis- und Bogenfunktionen . . . . .	139
1.7 Exponential- und Logarithmusfunktionen . . . . .	152
1.8 Hyperbel- und Areaefunktionen . . . . .	157
1.9 Funktionsspapiere . . . . .	166

<u>2. Komplexwertige Funktionen</u>	171
2.1 Einführung	171
2.2 Die komplexe Gerade	180
2.3 Die Inversion der Geraden	184
2.4 Der Allgemeine Kreis	191
<u>3. Differentialrechnung</u>	197
3.1 Grenzwerte	197
3.1.1 Konvergente Zahlenfolgen	197
3.1.2 Grenzwerte von Funktionen	206
3.1.3 Stetigkeit von Funktionen	216
3.2 Der Begriff der Ableitungsfunktion	221
3.2.1 Die Ableitungsfunktion als Steigungsfunktion	221
3.2.2 Die Ableitung als Grenzwert	224
3.2.3 Bestimmung von Ableitungsfunktionen	226
3.3 Formale Ableitungsrechnung	233
3.3.1 Konstanten-, Faktor- und Summenregel	233
3.3.2 Die Potenzregel für ganze positive Exponenten	235
3.3.3 Produkt- und Quotientenregel	238
3.3.4 Ableitungen höherer Ordnung	243
3.3.5 Die Kettenregel	248
3.3.6 Ableitung der Kreisfunktionen	257
3.3.7 Ableitung der Bogenfunktionen	260
3.3.8 Ableitung von Logarithmus- und Exponentialfunktion	262
3.3.9 Logarithmisches Ableiten	267
3.3.10 Ableitung der Hyperbel- und Areafunktionen	268
3.4 Differentiale. Differentialquotienten.	
Differentialoperatoren	272
3.4.1 Der Begriff des Differentials	272
3.4.2 Rechnen mit Differentialen	277
3.4.3 Der Differentialquotient	280
3.4.4 Differentialoperatoren	285
3.5 Kurvenuntersuchungen	289
3.5.1 Steigen und Fallen. Extrempunkte	289
3.5.2 Links- und Rechtskurven. Wendepunkte	292
3.5.3 Sonstige geometrische Eigenschaften	294
3.5.4 Untersuchung algebraischer Funktionen	298
3.5.5 Untersuchung transzenter Funktionen	306
3.5.6 Angewandte Maxima- und Minimaufgaben	315

3.6 Weitere Anwendungen der Differentialrechnung . . . . .	324
3.6.1 Tangenten und Tangentenabschnitte . . . . .	324
3.6.2 Linearisierung von Funktionen . . . . .	328
3.6.3 Der Mittelwertsatz . . . . .	333
3.6.4 Grenzwertbestimmung mit der Regel von Bernoulli und de l'Hospital . . . . .	337
3.6.5 Das Newtonsche Iterationsverfahren . . . . .	347
3.7 Funktionen von zwei reellen Veränderlichen . . . . .	357
3.7.1 Der Funktionsbegriff . . . . .	357
3.7.2 Analytische Darstellungsformen . . . . .	358
3.7.3 Geometrische Darstellungsformen . . . . .	361
3.7.4 Skalare Darstellung durch Leitertafeln . . . . .	368
3.7.5 Raumkurven . . . . .	372
3.7.6 Partielle Ableitungen . . . . .	374
3.7.7 Das totale (vollständige) Differential . . . . .	379
3.7.8 Ableitung impliziter Funktionen . . . . .	389
3.7.9 Ableiten von Parameterdarstellungen . . . . .	394
3.7.10 Ableiten von Vektorfunktionen . . . . .	399
3.7.11 Krümmungskreise und Schmiegeungsparabeln . . . . .	407
3.7.12 Ableiten von Funktionen in Polarkoordinaten . . . . .	418
 <u>4. Anhang: Lösungen der Aufgaben</u> . . . . .	425
 <u>Sachverzeichnis</u> . . . . .	476