

Inhaltsverzeichnis

I. Vom Rechnen mit ganzen Zahlen

(Ein Lehrgang für die Klassen 5 und 6 der Hauptschule)

1. Erste Einführung in die Mengenlehre	
1.1. Menge und Element	13
1.2. Definition von Mengen	14
1.3. Euler'sches Mengendiagramm (Mengenbild)	16
1.4. Eingliedmenge; leere Menge	17
1.5. Gleichheit von Mengen	18
1.6. Grundmenge, Teilmenge, Komplementärmenge	19
1.7. Klasseneinteilung einer Menge	21
2. Von den Mengen zu den natürlichen Zahlen	
2.1. Vergleich von Mengen	22
2.2. Die natürlichen Zahlen und die Zahl 0	23
2.3. Gegenstand, Menge, Zahl	26
3. Zahlensysteme	
3.1. Das Zweiersystem (Binärsystem)	27
3.2. Das Zweiersystem als Stellenwertsystem	29
3.3. Das Fünfersystem	34
3.4. Das Zehnersystem	35
4. Erste Operationen mit Mengen	
4.1. Vereinigungsmenge und Differenzmenge	36
4.2. Vertauschungsgesetz und Verbindungsgesetz	37
5. Addition und Subtraktion	
5.1. Vom Vereinigen von Mengen zum Addieren von Zahlen	38
5.2. Vom Vermindern von Mengen zum Subtrahieren von Zahlen	39
5.3. Erweiterungen und Rechengesetze	39
5.4. Aussage und Aussageform	40
5.5. Schriftliches Addieren und Subtrahieren	42
6. Multiplikation und Division	
6.1. Multiplikation	44
6.2. Division	47

7. Weiteres über Mengen

7.1. Zwei Teilmengen einer Grundmenge	49
7.2. Drei Teilmengen einer Grundmenge	52

8. Zahlzerlegungen, Vielfache und Teiler von Zahlen

8.1. Teiler einer Zahl	54
8.2. Primzahlen	57
8.3. Teilbarkeitsregeln	57
8.4. Weiteres über Teiler und Teilbarkeit	58
8.5. Das kleinste gemeinsame Vielfache	59
8.6. Der größte gemeinsame Teiler	61

9. Die ganzen Zahlen; endliche Zahlssysteme

9.1. Einführung	62
9.2. Addition und Subtraktion der ganzen Zahlen	63
9.3. Multiplikation und Division	64
9.4. Endliche algebraische Strukturen als Zahlssysteme (anhangsweise)	65

10. Abbildungen

10.1. Das Quadratgitter	67
10.2. Parallelverschiebung	68
10.3. Weitere Abbildungen	69
10.4. Abbildungen im erweiterten Quadratgitter	71
10.5. Deckabbildungen und Ruhabbildung	72

II. Grundlegende didaktisch-methodische Betrachtungen

11. Ein Beispiel	74
12. Sachanalyse	77
13. Spielhandlung	77
14. Unterrichtsgegenstand	79
15. Isomorphie	80
16. Einsicht	81
17. Rechenunterricht und Psychologie	83
18. Über die Einführung in einen mathematischen Sachverhalt	85
19. Selbsttätigkeit (forschender Unterricht)	88
20. „Schwierigkeiten sind nicht aufgetreten“	91
21. Operative Methode	93

III. Zur Grundschule

22. Allgemeines

22.1. Die internationale Reform des mathematischen Unterrichts	98
22.2. Ansätze von Z. P. Dienes	99
22.3. „Frankfurter Projekt“	100
22.4. Mengenlehre	101
22.5. Die Rechenstäbe von Cuisenaire	104
22.6. Die Methode von Hermann Haase	110

23. Erweiterung der Zahlenreihe bis 100

23.1. Erweiterung der Zahlenreihe	111
23.2. Die Operationen der ersten Stufe	116

24. Die Operationen der zweiten Stufe

24.1. Malnehmen	121
24.2. Aufteilen (Einteilen) in Gruppen	133
24.3. Verteilen	138

25. Erweiterung der Zahlenreihe über 100

25.1. Erweiterung der Zahlenreihe	141
25.2. Die Operationen der ersten Stufe	144
25.3. Die Operationen der zweiten Stufe	145

26. Die schriftlichen Rechenverfahren

26.1. Addition	148
26.2. Subtraktion in der Form des Ergänzens	149
26.3. Multiplikation und Division	153
26.4. Rechenkontrollen	157

27. Münzen, Maße und Gewichte

27.1. Das Geld; Kommaschreibweise	163
27.2. Messen	167
27.3. Die Längenmaße	169
27.4. Die Flächenmaße	170
27.5. Die Körpermaße	173
27.6. Die Gewichte	174
27.7. Nichtdezimale Maße	175

IV. Zur Hauptschule

28. Sachrechnen

28.1. Zur Gestaltung des Aufgabentextes	177
28.2. Aufgaben von der Form eines Simplexes	180
28.3. Aufgaben von der Form eines Komplexes	186
28.4. Zeichnerische Darstellung als Lösungshilfe	189
28.5. Größenpaare mit gleichen Quotienten	195
28.6. Größenpaare mit gleichem Produkt	201
28.7. Theoretische Strukturbetrachtungen	204
28.8. Zur Lösung von Sachaufgaben (Zusammenfassung)	206
28.9. Graphische Darstellung	207

29. Gewöhnliche Brüche

29.1. Mathematische Vorbetrachtung	210
29.2. Modell	215
29.3. Einführung	216
29.4. Bruchteile von Größen und Mengen	219
29.5. Erweitern und Kürzen	221
29.6. Addition und Subtraktion	222
29.7. Multiplikation mit und Division durch eine natürliche Zahl	225
29.8. Bruchteile einer Menge	227
29.9. Malnehmen mit einer Bruchzahl	228
29.10. Messen mit einer Bruchzahl	235
29.11. Teilen durch eine Bruchzahl	236
29.12. Nochmals: Messen	238

30. Dezimalzahlen

30.1. Einführung	238
30.2. Addition und Subtraktion	240
30.3. Erweitern und Kürzen; Runden	241
30.4. Multiplikation mit und Division durch eine natürliche Zahl	242
30.5. Multiplikation mit und Division durch eine Dezimalzahl	244
30.6. Überführung der einen Schreibform in die andere	247
30.7. Binärbrüche	249

31. Prozentrechnung

31.1. Grundmenge, Teilmenge, Bruchteile	251
31.2. Wir rechnen mit Hundertsteil der Grundmenge	252
31.3. Sprech- und Schreibweisen	253
31.4. Mechanisierte Verfahren	254
31.5. Zwei weitere Methoden	261
31.6. Verhältnisrechnung	263
31.7. Zinsen	268
31.8. Zinseszinsen	271

32. Der Multiplikationsrechenstab	
32.1. Additionsstab	272
32.2. Multiplikationsstab	274
32.3. Bau eines Multiplikationsstabes	276
32.4. Die Skalen D und C	278
32.5. Die versetzten Skalen DF und CF	282
32.6. Bruchgleichungen am Rechenstab	283
32.7. Quadrate und Quadratwurzeln	285
32.8. Die inverse Skala CI	286
33. Aus der Statistik	
33.1. Das einfache Mittel (Mittelwert)	286
33.2. Das gewogene Mittel	287
33.3. Streuung	288
33.4. Stetige Merkmale	291
33.5. Indexpzahlen	291
34. Algebra	
34.1. Allgemeines	292
34.2. Einfachste Gleichungen	293
34.3. Addition (Subtraktion) einer algebraischen Summe	295
34.4. Multiplikation von Summe und Differenz mit einer Zahl	296
34.5. Einfachste Potenzen	297
34.6. Produkt aus Summen und Differenzen	297
34.7. Binomische Formeln	298
34.8. Gleichungen mit zwei Variablen	299
35. Relationen	
35.1. Relationen in einer Menge	300
35.2. Das Kreuzprodukt	303
35.3. Eigenschaften von Relationen	304
35.4. Äquivalenzrelation	306
35.5. Ordnungsrelation	308
35.6. Funktion	309
36. Aus der Geschichte der Rechenmethodik	
36.1. Ältere Bestrebungen	312
36.2. Neuere Bestrebungen	316
Sachverzeichnis	321