

INHALTSVERZEICHNIS

0.	Mathematische Modelle	
1.	Matrizenrechnung	
1.1.	Matrix	23
1.1.1.	Definition, Anwendungsbeispiele aus Ökonomie und Technik	23
1.1.2.	Symbolik, Typ der Matrix, Vektoren	25
1.1.3.	Transponierte Matrizen	26
1.1.4.	Quadratische Matrizen	27
1.2.	Relationen und Operationen	29
1.2.1.	Gleichheit zweier Matrizen	30
1.2.2.	Addition und Subtraktion von Matrizen, Nullmatrix	30
1.2.3.	Multiplikation einer Matrix mit dem Faktor k	32
	Aufgaben 1.1 bis 1.5	34
1.2.4.	Multiplikation mehrerer Matrizen	35
1.2.4.1.	Skalarprodukt	35
1.2.4.2.	Multiplikation zweier Matrizen, Schema von FALK	36
1.2.4.3.	Multiplikation mit der Diagonalmatrix \mathfrak{D}	44
1.2.4.4.	Multiplikationsproben	46
	Aufgaben 1.6 bis 1.37	48
1.2.4.5.	Matrizen von Matrizen	51
	Aufgaben 1.38 bis 1.40	55
1.2.4.6.	Multiplikation von mehr als zwei Matrizen	56
	Aufgaben 1.41 bis 1.49	62
1.3.	Kehrmatrix	64
1.3.1.	Darstellung eines linearen Gleichungssystems in Matrizenform	64
1.3.2.	Definition der Kehrmatrix	64
1.3.3.	Umkehr einer Dreiecksmatrix	66
1.3.3.1.	Lösen eines linearen Gleichungssystems mit Hilfe des GAUSSschen Algorithmus	66
1.3.3.2.	Umkehr einer Dreiecksmatrix mit Hilfe des GAUSSschen Algorithmus	68
	Aufgaben 1.50 und 1.51	71
1.4.	Austauschverfahren und Möglichkeiten seiner Anwendung	71
1.4.1.	Entwicklung des Austauschverfahrens.	71
1.4.2.	Umkehr einer Matrix	74
	Aufgaben 1.52 bis 1.66	77
1.4.3.	Rang einer Matrix	78
	Aufgaben 1.67 bis 1.70	82
1.4.4.	Lösen linearer Gleichungssysteme.	82
	Aufgaben 1.71 bis 1.77	85
1.5.	Matrizengleichungen	86
1.5.1.	Problemstellung	86
1.5.2.	Grundgleichungen	86
	Aufgaben 1.78 bis 1.80	88
1.5.3.	Weitere Matrizengleichungen.	89

1.5.4.	Umkehr von Matrizenprodukten	90
	Aufgaben 1.81 bis 1.85	90
1.5.5.	Matrizenumkehr mit Hilfe von Untermatrizen	91
	Aufgaben 1.86 und 1.87	94
1.6.	Verflechtungsmodelle	95
1.6.1.	Arten von Verflechtungsmodellen	95
1.6.2.	Lineare Verflechtungen	97
1.6.3.	Verzweigte Verflechtungen, Verflechtungsbilanzen	99
1.6.3.1.	Aufstellen der Produktionsmatrix als Teil der Kopplungsmatrix	99
1.6.3.2.	Umkehr der Kopplungsmatrix zur Planmatrix	101
	Aufgaben 1.88 und 1.89	104
1.6.3.3.	Material- und Kostenplanung	105
	Aufgabe 1.90	111
1.6.3.4.	Aufstellen der Verflechtungsbilanz eines Gesamtsystems auf der Grundlage der Verflechtungsmatrix	111
1.6.3.5.	Nahrungsverfahren zur Berechnung der Kopplungsmatrix und der Gesamtproduktion bei gegebener Verflechtungsbilanz (NEUMANNsche Reihe)	114
	Aufgaben 1.91 bis 1.93	116
	Alphabet in deutschen Buchstaben	118
2.	Linearoptimierung	
2.1.	Einführung	119
2.1.1.	Problemstellung	119
2.1.2.	Mathematisches Modell der Linearoptimierung	120
	Aufgaben 2.1 bis 2.5	127
2.2.	Grafische Lösung linearer Optimierungsprobleme	129
2.2.1.	Systeme linearer Ungleichungen mit zwei Variablen	129
	Aufgaben 2.6 bis 2.8	131
	Aufgaben 2.9 bis 2.17	136
2.2.2.	Mathematische Modelle der Linearoptimierung mit zwei Variablen	136
	Aufgaben 2.18 bis 2.22	139
	Aufgaben 2.23 und 2.24	140
2.2.3.	Verallgemeinerungen	141
	Aufgaben 2.25 bis 2.30	145
2.3.	Analytische Lösung linearer Optimierungsprobleme	146
2.3.1.	Vorbetrachtungen	146
2.3.2.	Maximierungsprobleme	148
2.3.2.1.	Normalfall	148
	Aufgabe 2.31	152
	Aufgabe 2.32	159
	Aufgaben 2.33 bis 2.41	159
2.3.2.2.	Erweiterter Normalfall	162
	Aufgabe 2.42	164
	Aufgaben 2.43 bis 2.46	167
2.3.2.3.	Allgemeiner Fall	168
	Aufgaben 2.47 bis 2.50	170
2.3.3.	Minimierungsprobleme	171
2.3.3.1.	Allgemeiner Fall	171
	Aufgaben 2.51 und 2.52	174

2.3.3.2.	Normalfall	174
	Aufgabe 2.53	175
2.3.4.	Duales Problem	175
	Aufgaben 2.54 und 2.55	183
2.3.5.	Sonderfälle	183
2.3.5.1.	Ausartung des Problems	184
	Aufgaben 2.56 und 2.57	185
2.3.5.2.	Mehrere Optimallösungen	186
	Aufgaben 2.58 bis 2.60	188
2.4.	Transportproblem als Spezialfall der Lineareoptimierung	189
2.4.1.	Allgemeine Grundlagen	189
2.4.2.	Mathematisches Modell des Transportproblems	189
	Aufgabe 2.61	193
2.4.3.	Lösung des Transportproblems	193
2.4.3.1.	Anfangslösung nach der aufsteigenden Indexmethode	193
	Aufgaben 2.62 bis 2.64	196
2.4.3.2.	Iteration nach der modifizierten Distributionsmethode	196
	Aufgabe 2.65	199
	Aufgabe 2.66	205
	Aufgaben 2.67 bis 2.71	211
2.4.4.	Sonderfälle	212
	Aufgabe 2.72	215
	Aufgaben 2.73 bis 2.76	218
2.4.5.	Approximationsverfahren von VOGEL-KORDA	218
	Aufgabe 2.77	221
	Aufgaben 2.78 bis 2.83	224
2.5.	Schlußbetrachtungen	227
2.5.1.	Anwendungsmöglichkeiten der Lineareoptimierung	227
2.5.2.	Weitere Optimierungsarten	230
3.	Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik	
3.1.	Grundbegriffe	235
3.1.1.	Einführung	235
3.1.2.	Regeln für das Rechnen mit dem Summenzeichen	235
	Aufgaben 3.1 bis 3.6	237
3.2.	Kombinatorik	238
3.2.1.	Wesen und Bedeutung der Kombinatorik	238
3.2.2.	Verschiedene Arten von Komplexionen	239
3.2.2.1.	Permutationen	240
3.2.2.2.	Variationen	243
3.2.2.3.	Kombinationen	246
	Aufgaben 3.7 bis 3.21	252
3.3.	Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung	253
3.3.1.	Allgemeine Betrachtungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung	253
3.3.2.	Wahrscheinlichkeit	255
3.3.2.1.	Zufällige Ereignisse	255
3.3.2.2.	Begriff der Wahrscheinlichkeit	258
	Aufgabe 3.22	260

3.3.2.3.	Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit und Multiplikationstheorem . . .	268
3.3.2.4.	Satz über die totalen Wahrscheinlichkeiten	271
	Aufgaben 3.23 bis 3.29	273
3.3.3.	BERNOULLISches Schema	273
3.3.4.	Zufallsgröße und ihre Verteilungsfunktion	276
3.3.4.1.	Begriff der Zufallsgröße	276
3.3.4.2.	Verteilungsfunktionen	277
3.3.5.	Einige spezielle Verteilungen	287
3.3.5.1.	Binomialverteilung	287
3.3.5.2.	Hypergeometrische Verteilung	295
3.3.5.3.	POISSON-Verteilung	299
	Aufgaben 3.30 bis 3.33	305
3.3.5.4.	Normalverteilung	305
	Aufgaben 3.34 bis 3.37	316
3.4.	Statistische Auswertung von Meßergebnissen	317
3.4.1.	Stichprobe und Grundgesamtheit	317
3.4.2.	Empirische Mittelwerte	317
3.4.2.1.	Arithmetisches Mittel \bar{x}	318
	Aufgabe 3.38 und 3.39	325
3.4.2.2.	Zentralwert oder Median \tilde{x}	326
	Aufgabe 3.40	329
3.4.2.3.	Mode, Dichtemittel oder häufigster Wert D	330
	Aufgabe 3.41	332
3.4.2.4.	Geometrisches Mittel \tilde{x}	332
	Aufgabe 3.42	333
	Aufgaben 3.43 und 3.44	334
3.4.2.5.	Größenbeziehungen zwischen Mittelwerten	335
3.4.2.6.	Grafische Darstellung der Häufigkeitsverteilung	336
	Aufgaben 3.45 bis 3.54	337
3.4.3.	Empirische Streuungsmaße	339
3.4.3.1.	Variationsbreite R	339
3.4.3.2.	Durchschnittliche absolute Abweichung d	339
	Aufgabe 3.55	340
3.4.3.3.	Mittlere quadratische Abweichung s	341
	Aufgaben 3.56 bis 3.60	344
3.4.4.	Methode der kleinsten Quadrate	345
3.4.4.1.	Entwicklungsrichtungen von Zeitreihen	345
3.4.4.2.	Methode der kleinsten Quadrate zur Berechnung der Trendfunktion.	346
3.4.4.3.	Allgemeine Herleitung der Normalgleichungen für eine Näherungsfunktion m -ten Grades	347
3.4.4.4.	Vereinfachte Berechnung der Trendfunktion	350
3.4.4.5.	Grad der Anpassung der Trendfunktion an den empirischen Verlauf.	352
	Aufgaben 3.61 bis 3.63	353
3.4.5.	Lineare Regression und Korrelation.	354
3.4.5.1.	Lineare Regression	354
3.4.5.2.	Lineare Korrelation.	360
	Aufgaben 3.64 und 3.65	364
3.4.6.	Statistische Prüfverfahren	364
3.4.6.1.	Bedeutung der statistischen Prüfverfahren	364
3.4.6.2.	Prüfen einer Hypothese über den Mittelwert μ einer Normalverteilung bei be- kannter Varianz σ^2	368

3.4.6.3.	Prüfen einer Hypothese über den Mittelwert μ einer Normalverteilung bei unbekannter Varianz σ^2	370
3.4.6.4.	Prüfen einer Hypothese über die Differenz zweier voneinander unabhängiger Normalverteilungen bei unbekanntem Varianzen σ_1^2 und σ_2^2	372
3.4.6.5.	Prüfen einer Hypothese über die Wahrscheinlichkeit p einer alternativen Grundgesamtheit	373
3.4.6.6.	Prüfen einer Hypothese über den Korrelationskoeffizienten ρ einer zweidimensionalen Grundgesamtheit	375
	Aufgaben 3.66 bis 3.68	377
	Tafel I: Poisson-Verteilung	378
	Tafel II: Dichtefunktion der normierten Normalverteilung	380
	Tafel III: Verteilungsfunktion der normierten Normalverteilung	381
	Tafel IV: t -Verteilung; Irrtumswahrscheinlichkeit α in %	382
4.	Spieltheorie — Bedienungstheorie — Monte-Carlo-Methoden	
4.1.	Spieltheorie	383
4.1.1.	Gegenstand der Spieltheorie	383
4.1.2.	Matrixspiele	383
4.1.2.1.	Darstellung eines Matrixspieles	384
4.1.2.2.	Hauptsatz der Theorie der Matrixspiele	385
4.1.2.3.	Lösung in reinen Strategien	387
4.1.2.4.	Lösung in gemischten Strategien	388
4.1.2.5.	Anwendungen der Matrixspiele	393
4.1.3.	Weitere Spielarten	397
4.2.	Bedienungstheorie	400
4.2.1.	Bedienungssysteme	401
4.2.1.1.	Forderungen	401
4.2.1.2.	Kanäle	402
4.2.2.	Aufgaben der Bedienungstheorie	403
4.2.3.	Reine Wartesysteme	404
4.2.3.1.	Systeme mit einem Kanal	404
4.2.3.2.	Systeme mit k Kanälen	405
4.2.3.3.	Anwendungen	406
4.2.4.	Reine Verlustsysteme	408
4.3.	Monte-Carlo-Methoden	409
4.3.1.	Aufgabenstellung	409
4.3.2.	Zufallszahlen	410
4.3.3.	Beispiele	411
5.	Praktisches Rechnen	
5.1.	Numerisches Rechnen	415
5.1.1.	Einführung	415
5.1.2.	Grundbegriffe des numerischen Rechnens	415
5.1.2.1.	Numerische Werte	415
5.1.2.2.	Runden	418
5.1.2.3.	Fehler und Genauigkeit	419
5.1.2.4.	Bemerkungen zur Schreibweise	422
	Aufgaben 5.1 bis 5.4	424
5.1.3.	Rechnen mit numerischen Werten	424

5.1.4.	Halblogarithmische Schreibweise von Zahlen	428
	Aufgaben 5.5 bis 5.9	431
5.1.5.	Berechnung von Funktionswerten	432
5.1.6.	Tabellen und Interpolation	438
5.1.7.	Rechenpläne und Rechenformulare	443
	Aufgaben 5.10 bis 5.14	451
5.2.	Tischrechenmaschinen	452
5.2.1.	Einführung und Überblick	452
5.2.2.	Grundaufbau und Zahldarstellung	453
	Aufgaben 5.15 und 5.16	457
5.2.3.	Addition	458
	Aufgabe 5.17	460
5.2.4.	Subtraktion	460
	Aufgabe 5.18	462
	Aufgaben 5.19 und 5.20	464
5.2.5.	Multiplikation	464
	Aufgaben 5.21 und 5.22	465
	Aufgaben 5.23 bis 5.28	468
5.2.6.	Skalarprodukte	468
	Aufgaben 5.29 bis 5.31	469
5.2.7.	Division	470
	Aufgaben 5.32 bis 5.36	474
5.2.8.	Berechnung von Quadratwurzeln	474
	Aufgaben 5.37 bis 5.40	477
5.2.9.	Elektronische Tischrechenmaschinen	478
5.3.	Rechenautomaten und Datenverarbeitungsanlagen	479
5.3.1.	Einführung und Überblick	479
5.3.1.1.	Vorbemerkungen	479
5.3.1.2.	Analogrechenautomaten	480
5.3.1.3.	Digitalrechenautomaten	481
5.3.1.4.	Datenverarbeitungsanlagen	482
5.3.2.	Mathematische Grundlagen der Darstellung von Zahlen	484
5.3.2.1.	Dezimale und duale Darstellungen	484
5.3.2.2.	Feste und variable Wortlänge	489
5.3.2.3.	Festes und gleitendes Komma	490
5.3.3.	Struktur und Arbeitsweise von Automaten	492
5.3.3.1.	Rechenautomaten	492
5.3.3.2.	Datenverarbeitungsanlagen	496
5.3.4.	Problemanalyse und Programmablaufplanung	498
5.3.4.1.	Allgemeine Hinweise	498
5.3.4.2.	Symbolik der Programmablaufpläne	499
5.3.4.3.	Beispiele zu Programmablaufplänen	503
	Aufgabe 5.41	511
	Aufgabe 5.42	514
5.3.5.	Ausblick	514
6.	Nomografie	
6.1.	Grundbegriffe der Nomografie	515
6.1.1.	Aufgabenstellung der Nomografie	515
6.1.2.	Größe, Zahlenwert, Einheit	516
	Aufgaben 6.1 bis 6.4	519

6.1.3.	Aufbau von Leitern	520
6.1.3.1.	Reguläre Leitern	520
	Aufgaben 6.5. bis 6.7	524
6.1.3.2.	Funktionsleitern	525
	Aufgaben 6.8 bis 6.16	536
6.1.4.	Darstellung von Funktionen in verschiedenartigem Netz	537
	Aufgaben 6.17 bis 6.23	549
6.2.	Überblick über die wichtigsten Nomogrammarten	549
6.3.	Netztafeln	555
	Aufgaben 6.24 bis 6.30	564
6.4.	Leitertafeln	566
6.4.1.	Doppelleitern und Leiterpaare	566
6.4.2.	Leitertafeln mit parallelen Leitern	570
6.4.3.	Leitertafeln mit nichtparallelen Leitern	577
	Aufgaben 6.31 bis 6.40	584
6.5.	Zusammengesetzte Nomogramme	585
	Aufgaben 6.41 bis 6.43	595
	Tafeln zur Nomografie	597
	Lösungen zu den Aufgaben	643
	Literatur- und Quellennachweis	686
	Sachwortverzeichnis	690