

Inhalt

Einführung

1. Der Zusammenhang Selbsttätigkeit - Aufgaben - Seatwork im Unterrichtsprozess und Perspektiven seiner Analyse	
1.1. Der strukturelle Zusammenhang Selbsttätigkeit - Aufgaben - Seatwork	1
1.2. Einordnung der Analyse-Perspektive dieser Arbeit	2
1.3. Forderungen an Analyseinstrumente für das Seatwork bei international-vergleichender Perspektive	3
1.4. Übersicht über den Aufbau der Arbeit	4
Selbsttätigkeit – Seatwork – Aufgaben	
2. Selbsttätigkeit - Seatwork - Aufgaben: Begriffsbestimmungen und empirische Befunde	
2.1. Selbsttätigkeit innerhalb allgemeiner Bildungsziele des Mathematikunterrichts	8
2.2. Selbsttätigkeit in Unterrichtssituationen	10
2.2.1. Selbsttätigkeit und methodische Gestaltung des Unterrichts	10
2.2.2. Verwendung des Begriffs Selbsttätigkeit in dieser Arbeit	12
2.2.3. Definition von „Seatwork“	13
2.3. Aufgaben im Mathematikunterricht - Überblick und Definition	14
2.3.1. Funktionen von Aufgaben	15
2.3.2. Definition von „Aufgabe“	16
2.4. Empirische Befunde zum Seatwork und zu Aufgaben im Seatwork	19
2.4.1. Befunde zum Vorkommen von Seatwork	19
2.4.2. Befunde zur Beziehung zwischen Leistung und Seatwork	20
2.4.3. Befunde über inhaltliche Kennzeichen von Aufgaben im Seatwork	22
Zusammenfassung Kap. 2. und Ausblick	23
3. Lerntheoretische und didaktische Orientierungen in Aufgaben	
3.1. Behavioristische Orientierungen	24
3.2. Konstruktivistische Orientierungen und „situated learning“	25
3.3. Kognitionspsychologische Modelle	28
3.4. Zielbereiche des Mathematikunterrichts	31
Zusammenfassung Kap.3. und Ausblick	34
4. Konzeptionen der Gestaltung des Lehrens und Lernens von Mathematik mit Hilfe von Aufgaben in den drei Ländern	
4.1. Konzeptionen für Aufgaben im Mathematikunterricht in Deutschland	36
4.1.1. Aufgabendidaktik nach Lenné und Ansätze ihrer Überwindung	36
4.1.2. Winters und Wittmanns Ansatz einer Integration von entdeckenden und übenden Elementen	39
4.1.3. Entwicklungen des Mathematikunterrichts in der ehemaligen DDR	41
4.2. Konzeptionen für Aufgaben im Mathematikunterricht in den USA	43
4.2.1. Traditioneller Mathematikunterricht in den USA	43
4.2.2. Aufgaben in den NCTM-Standards in USA	44
4.3. Konzeptionen für Aufgaben im Mathematikunterricht in Japan	46
4.3.1. Der ‘open approach‘	46

4.3.2.	Der 'developmental approach'	48
4.4.	Internationale Strömungen des anwendungsorientierten Mathematikunterrichts: Aufgaben mit Realitätsbezug	49
	Zusammenfassung Kap. 4. und Ausblick	50
5.	Aufgaben im Unterrichtsprozess	
5.1.	Aufgaben als Schnittstelle von Lehrer- und Schülertätigkeit	51
5.2.	Aufgabengestaltung in Hinblick auf Aktivitäten der Schülerinnen und Schüler	52
5.3.	Aufgaben zwischen Verständnis- und Fertigungsorientierung	54
5.4.	Aufgaben zwischen Stellung und Bearbeitung	56
	Zusammenfassung Kap. 5. und Ausblick	58
6.	Anspruchsniveaus mathematischer Aufgaben	
6.1.	Word - Problems, Textaufgaben	59
6.2.	Abgrenzung Aufgabe - Problem	61
6.3.	Aufgabenschwierigkeit und Anforderungen in Aufgaben	63
6.3.1.	Dimensionen der Schwierigkeit von Aufgaben nach Aebli	63
6.3.2.	Kriterien für das Anforderungsniveau von mathematischen Aufgaben nach Bruder	64
6.3.3.	Dimensionen der Aufgabenkomplexität nach Williams und Clarke	66
6.3.4.	Mathematische Fähigkeiten nach Bauer	66
	Zusammenfassung Kap. 6. und Ausblick	67
Existierende Aufgabenklassifikationen und Entwicklung eines Klassifikationssystems		
7.	Vorhandene Aufgabenklassifikationen	
7.1.	Aufgabenklassifikationen in der Tradition der Bloomschen Taxonomien	69
7.1.1.	Blooms Taxonomie	70
7.1.2.	Vorläuferstudien der IEA in USA und erste NAEP-Studien	71
7.1.3.	Die IEA-Studie FIMS	72
7.1.4.	Wilson's Taxonomie für den Mathematikunterricht	72
7.2.	Aktuell benutzte Klassifikationsschemata (TIMSS und NAEP'96)	73
7.2.1.	TIMSS - Framework	73
7.2.2.	Zur kritischen Diskussion der TIMSS - Performance-Expectations	76
7.2.3.	NAEP 1996 - Framework	79
7.3.	Klassifikationssysteme, die Unterrichtssituationen einbeziehen	81
7.3.1.	Klassifikationssystem nach Renkl	81
7.3.2.	Klassifikationssystem von Stein, Grover, Henningsen	83
	Zusammenfassung Kap. 7. und Ausblick	86
8.	Bewertung der bisherigen Klassifikationssysteme: Bedingungen und Grobstruktur des zu entwickelnden Klassifikationssystems	
8.1.	Bedingungen für das hier zu entwickelnde Klassifikationssystem	87
8.2.	Grobstruktur des Klassifikationssystems	90
9.	Entwicklung des Klassifikationssystems: Objektive Kennzeichen von Aufgaben	
	Aufgabenkern	94

9.1.	Aufgabenkern: Wissenseinheit	94
9.1.1.	Der Grundbegriff Wissenseinheit	95
9.1.2.	Gruppierung und hierarchische Struktur von Wissenseinheiten - eine oder mehrere Wissenseinheiten	96
9.1.3.	Aktivierung der Wissenseinheiten - implizit oder explizit gegebene Wissenseinheiten	101
9.1.4.	Zusammenfassung und Definition der Variablen „Auswahl (Aktivierung) und Anzahl der Wissenseinheiten“	105
9.1.5.	Bedeutung der Variablen „Auswahl (Aktivierung) und Anzahl der Wissenseinheiten“	105
9.2.	Aufgabenkern: Art des Wissens	107
9.2.1.	Prozedurales bzw. algorithmisches Wissen (procedural knowledge)	108
9.2.2.	Konzeptuelles bzw. begriffliches Wissen (conceptual knowledge)	109
9.2.3.	Unterscheidung der Wissensarten im Aufgabenmodell	110
9.2.4.	Bedeutung der Variablen „Art des Wissens“	111
9.3.	Aufgabenkern: Kontext	112
9.3.1.	Arten von Kontexten	112
9.3.2.	Bedeutung der Variablen „Kontext“	114
9.4.	Mathematisches Stoffgebiet der Aufgaben	115
	Zusammenfassung: Bedeutung des Aufgabenkerns	116
9.5.	Aufgabenperipherie	118
9.5.1.	Anweisungen	118
9.5.2.	Grad der Ausführung und Präsentation	120
9.6.	Strukturbildende Aspekte von Aufgaben	121
9.6.1.	Aspekte der Modellierung: Unterschiedlicher kognitiver Anspruch im Finden der Lösungsstrategie	121
9.6.2.	Arten von Aufgaben: Unterschiedlicher kognitiver Anspruch aufgrund des Problemlösecharakters der Aufgabe	123
9.6.3.	Strukturelle Tiefe: Unterschiedlicher kognitiver Anspruch aufgrund innermathematischer Anforderungen	128
9.6.4.	Heuristische Tiefe: Unterschiedlicher kognitiver Anspruch aufgrund der Offenheit der Aufgabe	135
	Zusammenfassung „Strukturbildende Aspekte von Aufgaben“	137
	Zusammenfassung Kap. 9. und Ausblick	138
10.	<i>Entwicklung des Klassifikationssystems:</i>	
	Vernetzungen des Unterrichts durch Aufgaben, Bearbeitung von Aufgaben und didaktische Funktionen von Aufgaben im Unterricht	
10.1.	Von den objektiven Kennzeichen einer Aufgabe zur Beschreibung von Unterricht mit Hilfe von Aufgaben	139
10.1.1.	Der Grundbegriff „Mathematische Struktur“	139
10.1.2.	Der Grundbegriff „Mathematischer Gegenstand“	142
10.2.	Möglichkeiten für Vernetzungen durch Aufgaben	143
10.2.1.	Nennen und Bereitstellen des Themas zu Beginn der Stunde	143
10.2.2.	Variationen in der Vernetzung der Aufgaben innerhalb einer Stunde	143

10.2.3. Vernetzung durch Bildung von Teilaufgaben und Aufgabenbündelung	145
10.2.4. Weitere Vernetzungsmöglichkeiten	146
10.3. Bearbeitung von Aufgaben und Implementierung in den Unterricht	146
10.3.1. Besprechung der Aufgabe	147
10.3.2. Verständnisbetonte und verfahrensbetonte Bearbeitung	147
10.3.3. Sozialform bei der Bearbeitung einer Aufgabe	149
10.3.4. Multiple Lösungsmöglichkeiten	149
10.4. Didaktische und unterrichtsmethodische Komponenten von Aufgaben	150
10.4.1. Aufgabeneinordnung innerhalb von Unterrichtsreihen	150
10.4.2. Aufgabeneinordnung innerhalb der einzelnen Unterrichtsstunde	151
10.4.3. Weitere Aspekte der Funktion von Aufgaben im Unterricht	153
Zusammenfassung Kap 10. und Ausblick	154
Mathematikdidaktische Rahmenbedingungen in den drei Ländern	
11. Aktuelle mathematikdidaktisch begründete Forderungen für den Unterricht in Deutschland, USA und Japan	
11.1. Allgemeine Voraussetzungen für die Kommunikation mathematikdidaktischer Entscheidungen	155
11.2. Mathematikdidaktische Sichtweisen in den USA: Die NCTM-Standards	156
11.3. Mathematikdidaktische Sichtweisen in Japan	162
11.3.1. Die „Suido-Methode“	164
11.3.2. Fachübergreifende Ansätze im japanischen Mathematikunterricht	166
11.4. Fachdidaktische Sichtweisen in Deutschland	170
11.4.1. Unterschiedliche Entwicklungen in der DDR und der BRD	170
11.4.2. Zwei Beispiele westdeutscher mathematikdidaktischer Forschungs- und Entwicklungsansätze	172
1. Interpretative Unterrichtsforschung	172
2. Das Projekt „mathe 2000“	175
11.5. Chancen und Probleme internationaler Zusammenarbeit in der Mathematikdidaktik	179
Entwicklung der Fragestellung und methodische Gesichtspunkte	
12. Fragestellung	180
12.1. Generelle Differenzierungen	181
12.2. Quantitative Analysen	183
12.2.1. Anzahlen von Aufgaben in den einzelnen Unterrichtsstunden	183
12.2.2. Analysen der Merkmale der Aufgaben in verschiedenen Unterrichtssituationen	184
12.2.3. Kombination der Merkmale des Aufgabenkerns Wissensart, Wissensauswahl und Kontext - „Aufgabentypen“ und „Aufgabenarten“	187
12.3. Qualitative Analysen ausgewählter Stunden	188
12.4. Allgemeine Perspektive der Arbeit	188
13. Methodische Gesichtspunkte	
13.1. Die TIMSS - Video - Studie	190
13.1.1. Anlage von TIMSS	190

13.1.2.	TIMSS-Video innerhalb des TIMSS-Gesamtprojekts	191
13.1.3.	Zur TIMSS-Video-Studie bereits durchgeführte Untersuchungen	192
13.2.	Auswahl der Stichprobe	195
13.2.1.	Basisentscheidungen bei der Auswahl der Unterrichtsstunden	195
13.2.2.	Verteilung der Stundenthemen in der Stichprobe	196
13.2.3.	Leistungsverteilung nach TIMSS	198
13.3.	Stundenablaufpläne als Datenbasis	199
13.4.	Einteilung der Stunden in Haupt- und Teilaufgaben	203
13.4.1.	Einteilung in Haupt- und Teilaufgaben aufgrund des Aufgabentextes	203
13.4.2.	Einteilung in Haupt- und Teilaufgaben durch Aufnahme in den Unterricht	205
13.4.3.	Beschreibung des Datensatzes aufgrund der Einteilung in Haupt- und Teilaufgaben	207
13.5.	Zum Verfahren bei der Entwicklung eines Kategoriensystems für Aufgaben und bei der Codierung der Unterrichtsstunden	208
13.6.	Verfahren der Auswertung	210
Quantitative Auswertungen: Aufgabenanzahlen		
14.	Strukturierung von Unterricht durch Aufgaben: Aufgabenanzahlen in den Unterrichtsstunden	211
14.1.	Einfluss des Landes	213
14.2.	Einfluss des Teilgebietes des Stundenthemas	214
14.3.	Interaktion zwischen Land und Teilgebiet des Stundenthemas	215
	Zusammenfassung Kap. 14.	215
15.	Thematische Konzentration der Unterrichtsstunden: Die Verteilung der Aufgaben auf die Teilgebiete	
15.1.	Anzahl der Aufgaben in Abhängigkeit vom Teilgebiet der Aufgabe	217
15.2.	Übereinstimmung des Teilgebiets der Unterrichtsstunde mit dem Teilgebiet der Aufgabe	218
	Zusammenfassung Kap. 15.	219
16.	Didaktische Konzeption der Unterrichtsstunden: Die Implementierung der Aufgaben in den Unterricht	220
16.1	Implementierung der Aufgaben in unterschiedliche Unterrichtssituationen: Die Rolle des Seatworks	221
	Nationale Skripts von Unterricht	223
	Zusammenfassung 16.1.	226
16.2	Implementierung der Aufgaben in den Unterricht aufgrund der Gliederung in Teilaufgaben	227
16.2.1	Interaktion zwischen Teilgebiet, Land und der Zerlegung von Aufgaben in Teilaufgaben	228
16.2.2.	Verteilung der Teilaufgaben auf die Hauptaufgaben	229
16.2.3	Aufnahme der Teilaufgaben in den Unterricht	230
16.3	Implementierung der Aufgaben in den Unterricht in verschiedenen Sozialformen	232
16.3.1.	Sozialformen bei der Bearbeitung von Unterrichtsaufgaben	232

16.3.2. Sozialformen bei der Bearbeitung von Teilaufgaben	233
Zusammenfassung Kap. 16.	234
Quantitative Auswertungen: Analyse der Merkmale des Aufgabekerns	
17. Im Unterricht aktiviertes Wissen: Die Wissensarten der Aufgaben	
17.1. Zu beachtende Abhängigkeiten von Teilgebiet und Wissensarten: Interessierende Teilfragen und geeignete Datenbasen	236
17.2. Überblick über die Gesamtsituation in den Ländern: Verteilung der Wissensarten bei Hauptaufgaben und bei Teilaufgaben	240
17.2.1. Gesamtüberblick: Interaktion zwischen aktivierten Wissensarten, Teilgebiet und Nation bei allen Hauptaufgaben	241
17.2.2. Interaktion zwischen aktivierten Wissensarten, Teilgebiet und Nation bei allen Teilaufgaben	248
Zusammenfassung Kap. 17.2.	249
17.3. Verteilung der Wissensarten bei Aufgaben, die im Seatwork bearbeitet werden	249
17.3.1. Interaktion zwischen aktivierten Wissensarten, Teilgebiet einer Aufgabe und Nation bei allen Hauptaufgaben ohne Teilaufgaben, die im Seatwork bearbeitet werden	250
17.3.2. Interaktion zwischen aktivierten Wissensarten, Teilgebiet einer Aufgabe und Nation bei allen Teilaufgaben, die im Seatwork bearbeitet werden.	251
17.3.3. Anweisungen für Teilaufgaben im Seatwork	253
Zusammenfassung Kap. 17.3.	256
17.4. Verteilung der Wissensarten bei Aufgaben, deren Lösungsweg im Unterricht besprochen wird	257
17.4.1. Interaktion zwischen Wissensart, Teilgebiet und Nation bei allen Hauptaufgaben, deren Lösungsweg im Unterricht besprochen wird	257
17.4.2. Interaktion zwischen Wissensart, Teilgebiet und Nation bei allen Teilaufgaben, deren Lösungsweg im Unterricht besprochen wird	259
Zusammenfassung Kap. 17.4	260
17.5. Verteilung der Wissensarten bei Seatworkaufgaben, deren Lösungsweg im Unterricht besprochen wird	261
17.5.1. Interaktion zwischen Wissensart, Teilgebiet und Nation bei allen Hauptaufgaben ohne Teilaufgaben und bei allen Teilaufgaben, deren Lösungsweg im Unterricht besprochen wird und die zuvor im Seatwork bearbeitet wurden.	261
17.5.2. Forderung nach multiplen Lösungsmöglichkeiten bei den selbstständig bearbeiteten und besprochenen Aufgaben	264
Zusammenfassung Kap. 17.5.	265
18. Komplexität der Aufgaben im Unterricht: Die Auswahl der Wissenseinheiten	
18.1. Interaktion zwischen Auswahl der Wissenseinheiten, Teilgebiet und Nation bei allen Hauptaufgaben	268

18.2.	Interaktion zwischen Auswahl der Wissensseinheiten, Teilgebiet und Nation bei allen Hauptaufgaben, die ganz oder teilweise im Seatwork bearbeitet werden	272
	Zusammenfassung Kap. 18.	273
19.	<i>Vernetzung des Wissens in den Aufgaben: Der Kontext der Aufgaben</i>	
19.1.	Interaktion zwischen Kontext, Teilgebiet und Nation bei allen Hauptaufgaben	276
19.2.	Interaktion zwischen Kontext, Teilgebiet einer Aufgabe und Nation bei allen Hauptaufgaben, die im Seatwork bearbeitet werden.	279
	Zusammenfassung Kap. 19.	280
 Quantitative Auswertungen: Aufgabentypen und Aufgabenarten		
20.	<i>Kombination der Merkmale des Aufgabenkerns: Aufgabentypen</i>	282
20.1	Nachweis von Aufgabentypen	284
20.2	Aufgabentypen in den drei Ländern	287
20.3	Aufgabentypen in den drei Ländern in bestimmten Unterrichtssituationen	290
	Zusammenfassung Kap. 20.: Aufgabenvielfalt und Orientierungen des Mathematikunterrichts	295
21.	<i>Problemlösecharakter der Aufgaben: Aufgabenarten</i>	297
21.1	Interaktion zwischen Art der Aufgabe, Teilgebiet einer Aufgabe und Nation bei allen Hauptaufgaben	298
21.2.	Interaktion zwischen Art der Aufgabe und Aufgabentyp	300
21.3.	Interaktion zwischen Art der Aufgabe, Teilgebiet und Nation bei allen Hauptaufgaben, die ganz oder teilweise im Seatwork bearbeitet werden und deren ganzer Lösungsweg im Unterricht dargestellt wird	301
	Zusammenfassung Kap. 21.	303
 Qualitative Auswertungen:		
Einsatz von Selbsttätigkeit in Unterrichtsstunden der drei Länder		
22.	<i>Aspekte des Erarbeitens: Vergleich von Unterrichtsstunden aus dem Themenkreis „Lineare Funktionen: Steigung“</i>	304
22.1.	Kurzübersicht über die Inhalte der drei Stunden	305
22.2.	Verknüpfungen mit den Grundbegriffen des Aufgabenmodells	306
22.3.	Aufgabenbeschreibung mit den objektiven Kennzeichen aus dem Klassifikationssystem	307
22.4.	Einbettung und Vernetzung der Aufgaben, Seatwork im Stundenablauf	309
	22.4.1. Beginn der Unterrichtsstunden	309
	22.4.2. Zentraler Teil und Ende der Stunden - Einordnung des Seatworks	310
22.5.	Unterschiedliche Formen des Erarbeitens im Unterricht	318
23.	<i>Aspekte des Übens: Vergleich von Unterrichtsstunden aus dem Themenkreis „Eigenschaften ebener geometrischer Figuren“</i>	
23.1.	Beschreibung von vier Stunden: Unterschiedliche Vernetzungen und Sozialformen	323
	23.1.1. Zwei Stunden aus Japan	323
	23.1.2. Eine Stunde aus Deutschland	326

23.1.3. Eine Stunde aus USA	328
23.2. Diskussion der Ergebnisse: Unterschiedliche Übungsformen	329
23.2.1 Kurze Wiederholungsphasen zu Beginn:	330
23.2.2. Üben als Aufgreifen von gelernten Inhalten - Üben im Ansatz des „Lernens durch Belehren“	332
23.2.4. Üben als Durcharbeiten - Üben im Ansatz des „Lernens durch gelenkte Entdeckung“	333

Zusammenfassung und Diskussion

24. Selbsttätigkeit - Seatwork - Aufgaben in den drei Ländern USA, Deutschland und Japan: Diskussion der Ergebnisse	
24.1. Kurze Übersicht über die zentralen Ergebnisse.	337
24.2. Darstellung und Diskussion der Ergebnisse im einzelnen	339
24.2.1. Die Komponenten des Klassifikationssystems	339
24.2.2. Das Seatwork in den Unterrichtsstunden in USA, Japan und Deutschland aufgrund der Aufgabenanzahlen	341
24.2.3. Das Seatwork in USA, Japan und Deutschland aufgrund des Potentials der Aufgaben	345
1. USA	345
2. Japan	348
3. Deutschland	350
24.2.4. Funktionen des Seatworks in USA, Japan und Deutschland aufgrund der quantitativen und qualitativen Analysen	353
24.3. Weiterführende Aspekte, mögliche Anschlussuntersuchungen und mathematikdidaktische Konsequenzen	355
24.3.1. Notwendige Perspektivenerweiterungen	355
24.3.2. Anwendungen auf Weiterentwicklungen des Mathematikunterrichts	356
24.3.3. Weitergehende Forschungsfragen	357
24.3.4. Schlussgedanke	357
Literatur	359
Anhang 1: Liste der Variablen und Kategorien	381
Anhang 2: Ausschnitt aus dem Stundenablaufplan GR035	396

Manual (auf Diskette)

Kurzdurchgang durch das Kategoriensystem	M - 2
Liste der Variablen und Kategorien	M - 10
Kategoriensystem Teil A: Objektive Kennzeichen der Aufgabe	M - 22
Kategoriensystem Teil B: Vernetzung der Aufgaben in der Unterrichtsstunde	M - 67
Kategoriensystem Teil C: Bearbeitung der Aufgaben in der Unterrichtsstunde	M - 95
Kategoriensystem Teil D: Didaktische Funktionen von Aufgaben	M - 113
E: Stoffgebiete der Aufgaben	M - 117
F: Erläuterungen zur Codierung der Einteilung in Haupt- und Teilaufgaben	M - 119
G: Drei Beispielstunden mit Aufgabeneinteilung	M - 126