

INHALTSVERZEICHNIS

TEIL I

ANWENDUNGEN IN DER PRAXIS UND DIDAKTISCHE STRUKTURIERUNG

Vorbemerkungen	11
Hintergrund und Quintessenz – Wie der Text zu lesen ist – Für wen der Text geschrieben ist	
1. Die Begriffe der Geometrie	16
1.1. Was ist ein Punkt?	16
1.2. Begriffe werden verwirklicht	19
1.3. Das Prinzip der operativen Begriffsbildung	26
1.4. Ein Beispiel	30
2. Anwendungen in der Praxis	34
2.1. Zwecke und Funktionen	34
Bezug zum Alltag – Natürliche Phänomene – Geometrische Funktionen – Begriff der Unendlichkeit – Vereinbarung über Bezeichnungen – Die Funktion „Passen“ – Die Rolle der Beispiele	
2.2. Geometrische Funktionen	41
1. Beweglichkeit im Lager	41
2. Übertragung von Bewegungen	45
3. Sachbereiche	51
Sport – Fahrzeuge	
4. Homogenität – Inhomogenität	57
Diskrete Homogenitäten – Ellipse – Kegelstumpf – Abweichungen vom Zylinder – Abweichungen von der Ebene – Sonstige Inhomo- genitäten	
5. Optimierung	67
Ränder – Kürzeste Wege – Rechter Winkel – Feste Verbindungen – Torricelli-Punkt – Lagerungsprobleme	
2.3. Geometrische Begriffe	81
1. Ebene	81
2. Gerade	85
3. Kugel	88
4. Kreis	90
5. Zylinder	96
6. Schraubenlinie	98
7. Starrer Körper	110
8. Polygone	111
Regelmäßige Polygone – Rechteck – Dreieck – Parkettierungen	
9. Polyeder	126
10. Einige weitere grundlegende Begriffe	140
Konvexität – Orientierung – Krümmung – Winkel – Orthogonalität – Parallelität	
11. Spezielle Formen	150
Pseudoeellipse – Reuleaux-Scheibe – Spirale – Klothoide – Rota- tions-Hyperboloid – Zykloide – Parabel – Kettenlinie	

12. Praktisches Axiomenverständnis	160
13. Topologische Begriffe	161
Wildschweingehege – Angeketteter Hund – Schnürsenkel	
2.4. Geometrische Realisierungen	167
1. Die Güte von Realisierungen	168
2. Modelle geometrischer Formen	170
3. Das Messen	175
4. Geometrische Modelle außergeometrischer Begriffe	180
5. Geometrie und Kunst	185
3. Grundzüge einer operativen Geometrie-Didaktik	188
3.1. Zur Anwendung des POB im Unterricht	188
Der Aufbau eines Begriffssystems – Das Schema des POB im Unterricht – Einige didaktische Grundannahmen	
3.2. Umwelterschließung	194
3.3. Universelle Ideen der Mathematik und zentrale Ideen der Geometrie	198
3.4. Ziele für den Geometrie-Unterricht	207
3.5. Unterrichtsorganisation	213
4. Unterrichtsbeispiele	218
4.1. Die Schraubenlinie	219
4.2. Geometrie des Fußballs	224
4.3. Parallelfiguren	231

TEIL II

DIDAKTISCHE GRUNDLAGENFRAGEN UND LOGISCHES VERSTÄNDNIS

Vorbemerkungen	243
5. Genese der Geometrie als didaktisches Problem	245
5.1. Die Frage nach den „Anfängen“ der Geometrie	245
5.2. Der Begriff der Genese	251
5.3. Exkurs: Piagets Psychologie der Erkenntnis	254
Der psychogenetische Ansatz – Erkenntnisgenese und Didaktik – Operativer Standpunkt	
5.4. Didaktische Prinzipien	261
Das genetische Prinzip – Das teleologische Prinzip – Das Prinzip der pragmatischen Ordnung	
5.5. Aspekte der Geometriegenese	272
Geschichte der Geometrie – Psychologische Beiträge – Leitgedanken zur Interpretation der Geometrie	
6. Die operative Interpretation von Wissenschaft	282
6.1. Der operative Standpunkt	282
6.2. Elemente einer Begriffslehre	287

7. Die Idee der Homogenität	295
7.1. Herkunft und epistemologisches Verständnis	295
7.2. Allgemeinstes Konzept der Homogenität	300
7.3. Probleme der Widerspruchsfreiheit	306
7.4. H-Schemata in der Geometrie	310
Fundamentale Begriffe – Reduktion der Kongruenz? – Äußere Homogenität – Ausblick	
7.5. Bemerkungen zum Interpretationsproblem	320
7.6. Symmetrie und Homogenität	323
8. Ideative Begriffsbildung	332
8.1. Ein algebraisches Beispiel	333
8.2. Der Begriff der Ideation	334
8.3. Ideation in der Geometrie	336
8.4. Das Problem der „Stellen“	341
9. Das Prinzip der Exhaustion	343
9.1. Formen der Exhaustion	343
9.2. Praktische Verfahren	350
9.3. Starrer Körper und Kongruenz	357
10. Zur Diskussion über die operative Grundlegung der Geometrie ..	368
10.1. Bemerkungen über Aufgabe und Möglichkeit einer „Protophysik“	369
10.2. Probleme bei der Systematisierung der Geometrie unter operativen Gesichtspunkten	376
1. Allgemeine Fragen	376
2. Folgerungen aus H-Schemata	381
Ebenen-Eindeutigkeit – Verallgemeinerungsschemata – Parallelität – Äußere Homogenität – Schnitte – Innere Homogenität	
10.3. Die Forderung der eindeutigen Realisierbarkeit räumlicher Formen	391
Nachwort	400
Anhang	402
I. Erläuterung einiger logischer Grundbegriffe	402
II. Chronologisches Verzeichnis zur Literatur über „operative Geometrie“	406
III. Literaturverzeichnis (zu Teil I und II)	420
IV. Verzeichnis der Tabellen und Abbildungen	435
V. Index	441