

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	11
A) Kennzeichen und Grundsätze effektiver Übungen im Mathematikunterricht der Hauptschule	13
1. Der didaktische Ort für Übungen innerhalb des mathematischen Lernprozesses	14
1.1 Einführung	14
1.2 Operative Durcharbeitung	14
1.3 Operative Übung	15
1.3.1 Begriffsabgrenzung	15
1.3.2 Lernziele für den Mathematikunterricht der Hauptschule	16
1.4 Automatisierende Übung	19
1.5 Sachrechnerische Anwendung	20
2. Planung und Durchführung effektiver Übungssequenzen	22
2.1 Stoffliche Voraussetzungen	22
2.1.1 Prinzip der Strukturierung	22
2.1.2 Prinzip der Zielorientierung	23
2.2 Allgemeine organisatorische Voraussetzungen	23
2.2.1 Planung einer Unterrichtsstunde	23
2.2.2 Beherrschung der Arbeitstechniken	24
2.2.3 Wahl der geeigneten Arbeitsform	26
2.2.4 Wechsel der Sozialformen	26
2.3 Kriterien einer erfolgversprechenden Unterrichtsstunde	28
2.3.1 Wahl einer geeigneten Problemstellung	28
2.3.2 Einbau vielfältiger Eigenaktivitäten	29
2.3.3 Differenzierende Maßnahmen	30
2.3.4 Kontrollverfahren	32
2.4 Zehnminutenrechnen	33
2.4.1 Das didaktische Ziel des Zehnminutenrechnens	33
2.4.2 Schwerpunkte der täglichen Kurzübung	34
2.4.3 Übungsformen	34
B) Strukturierte Übungssequenzen	35
0. Darstellungsvarianten	36
1. Aufbau unseres Zahlensystems	41
1.1 Stellung einer Zahl innerhalb unseres Zahlensystems	41
1.1.1 Variation der Zahlenvorgabe	41

1.1.2	Variation der Darstellung bei Zahlzerlegungen	42
1.1.3	Variation der Aufgabenstellung	43
1.1.4	Zeichnerische Darstellung von Zahlen	44
1.1.5	Das Runden von Zahlen	46
1.1.6	Das überschlagende Rechnen	50
1.1.7	Zahlen selbst bilden	52
1.1.8	Würfelspiele	53
1.2	Vergleich von Zahlen	54
1.2.1	Vergleich zweier Zahlen	54
1.2.2	Ordnen von Zahlen	54
1.3	Einordnung einer Zahl in unser Zahlensystem	55
1.3.1	Benachbarte Zahlen	55
1.3.2	Zahlenfolgen	57
1.4	Rechnen mit Zehnerpotenzen	58
1.4.1	Multiplikation/Division mit Zehnerpotenzen	58
1.4.2	Addition/Subtraktion von Zehnerpotenzen und deren Vielfache	59
1.4.3	Analogiebildung	61
2.	Übungen zur Wiederholung und Vertiefung der Grundrechenarten	62
2.1	Rechengesetze	62
2.1.1	Additive Rechengesetze	62
2.1.2	Additive Ausgleichsgesetze	65
2.1.3	Multiplikative Rechengesetze	67
2.1.4	Multiplikative Ausgleichsgesetze	72
2.1.5	Das Lösen mehrgliedriger Terme	74
2.2	Gleichungslehre	77
2.2.1	Mengentheoretische Grundlegung	77
2.2.2	Aussagen und Aussageformen	82
2.2.3	Gebrauch von Fachtermini	86
2.2.4	Das Lösen von Gleichungen mit Variablen durch Probieren	87
2.2.5	Lösen von Gleichungen durch Ersetzen äquivalenter Terme	90
2.2.6	Lösen von Gleichungen durch Umkehroperationen	93
2.2.7	Auflösung von Klammertermen	95
2.2.8	Lösen einer Gleichung in Einzelschritten	97
2.2.9	Übertragen von Termen in eine andere Darstellungsform	101
2.3	Wiederholung der Grundrechenarten	104
2.3.1	Addition	104
2.3.2	Subtraktion	106
2.3.3	Multiplikation	109
2.3.4	Division	112
2.4	Operative Übungen mit natürlichen Zahlen	115
2.4.1	Zerlegung einer Zahl in ihre Primfaktoren	115
2.4.2	Nachbaraufgaben	117
2.4.3	Teilmengen und gemeinsame Teiler	118
2.4.4	Vielfachenmengen und gemeinsame Vielfache	124

2.5	Der Einsatz des Taschenrechners im Unterricht	128
2.5.1	Bedeutung des Taschenrechners im Schulalltag	128
2.5.2	Schwerpunkte der Arbeit mit Taschenrechnern	129
2.5.3	Für Taschenrechner geeignete automatisierende Übungen	130
2.6	Übungen zur Förderung des logischen Denkens	135
2.6.1	Übungen zur Reversibilität mathematischer Operationen	135
2.6.2	Übungen zur Förderung des kombinatorischen Denkens	140
2.6.3	Zahlenfolgen	146
2.6.4	Magische Quadrate	148
2.7	Größen	151
2.7.1	Gebräuchliche Maßeinheiten und ihre Abkürzungen	151
2.7.2	Umrechnungen	152
2.7.3	Schreibweise von Größen	154
2.7.4	Rechnen mit Größen	155
2.7.5	Seltene und ausländische Maße	156
2.8	Rechenspiele	158
2.8.1	Partner- und Gruppenspiele	158
2.8.2	Würfelspiele	160
3.	Einführung der Bruchzahlen	164
3.1	Das Bruchrechnen – ein Problem im Mathematikunterricht der Hauptschule	164
3.1.1	Mehrschichtigkeit des Begriffes Bruch	164
3.1.2	Ursachenanalyse der Verständnisschwierigkeiten bei der Einführung des Bruchzahlbegriffes	166
3.1.3	Konsequenzen für den Unterricht	167
3.1.4	Wichtige Begriffe	168
3.2	Vorbereitende Übungen zur Einführung des Bruchoperators	169
3.2.1	Einführung des Operators	169
3.2.2	Reine Multiplikations- oder Divisionsoperatorketten	171
3.2.3	Kombinierte Multiplikations- und Divisionsoperatorketten mit verwandten Operatorzahlen	173
3.2.4	Operative Aufgabenstellung mit Operatorketten	176
3.3	Bruchzahlen als Bruchoperatoren	181
3.3.1	Einführung des Bruchoperators	181
3.3.2	Das Berechnen des Bruchoperators	185
3.3.3	Variable Aufgabenstellung	186
3.4	Der Bruch als Schreibfigur für eine rationale Zahl	187
3.4.1	Das Bilden von Bruchteilen bei Körpern	188
3.4.2	Zeichnerische Darstellung von Bruchteilen	189
3.4.3	Erarbeitung des Zusammenhangs zwischen Bruchoperator und Bruchteil	200
3.4.4	Offene und spielerische Übungsformen beim Bilden von Brüchen	206
3.5	Gleichheit von Bruchzahlen	209
3.5.1	Erarbeitung „wertgleicher“ Brüche	209
3.5.2	Erstellen von Äquivalenzklassen	212
3.5.3	Übungsformen zum Erweitern und Kürzen von Brüchen	214

3.6	Vergleich von Bruchzahlen	218
3.6.1	Vergleichbarkeit von Brüchen	219
3.6.2	Erarbeitung grundlegender Ordnungsrelationen beim Bruchvergleich	220
3.6.3	Übungsformen zum Vergleich und Ordnen von Bruchzahlen	221
4.	Rechenoperationen mit Bruchzahlen	223
4.1	Addition/Subtraktion von Bruchzahlen	223
4.1.1	Addition/Subtraktion von gleichnamigen Brüchen	223
4.1.2	Addition/Subtraktion von ungleichnamigen Bruchzahlen auf konkret-anschaulicher Basis	226
4.1.3	Berechnung des Hauptnenners	229
4.1.4	Operative Übungen zur Addition/Subtraktion von Bruchzahlen	232
4.1.5	Automatisierende Übungen zur Addition/Subtraktion von Bruchzahlen	237
4.2	Multiplikative Operationen mit Bruchzahlen	242
4.2.1	Multiplikation zweier Brüche durch Verkettung der zugehörigen Bruchoperatoren	242
4.2.2	Einführung der Division durch eine Bruchzahl als Umkehrung der Multiplikation	246
4.2.3	Grundaufgaben bei multiplikativen Operationen mit Bruchzahlen	250
4.2.4	Operative Übungen zur Multiplikation/Division von Brüchen	251
4.2.5	Automatisierende Übungen zur Multiplikation/Division von Bruchzahlen	256
4.2.6	Zeichnerische Aufgabenstellung	259
5.	Dezimalbrüche	261
5.1	Einführung der Dezimalbrüche über den Zehnerbruch	261
5.1.1	Übertragung von Zehnerbrüchen in Dezimalschreibweise	261
5.1.2	Stellung von Dezimalbrüchen innerhalb unseres Zahlensystems	265
5.2	Errechnen des Dezimalbruches durch Ausdividieren des Bruches	267
5.2.1	Einführung des Verfahrens	267
5.2.2	Arten von Dezimalbrüchen	269
5.2.3	Das Runden von Dezimalbrüchen	270
5.3	Vergleich und Ordnen von Dezimalbrüchen	270
5.3.1	Vergleich durch Erweitern oder Kürzen	270
5.3.2	Übungsvarianten	271
5.3.3	Erschwerungsmöglichkeiten	271
5.3.4	Ordnen von Dezimalbrüchen	272
5.4	Rechenoperationen mit Dezimalbrüchen	273
5.4.1	Einführung der Addition/Subtraktion von Dezimalbrüchen	273
5.4.2	Vorübungen zur Multiplikation/Division von Dezimalbrüchen	275
5.4.3	Multiplikation eines Dezimalbruches mit einer natürlichen Zahl	277
5.4.4	Multiplikation von zwei Dezimalbrüchen	280
5.4.5	Division eines Dezimalbruches durch eine natürliche Zahl	281
5.4.6	Division eines Dezimalbruches durch einen Dezimalbruch	283
5.4.7	Übungen zur Sicherung der additiven und multiplikativen Rechenoperationen mit Dezimalbrüchen	286
5.4.8	Einsatz des Taschenrechners beim Rechnen mit Dezimalbrüchen	290

6. Prozentrechnen	292
6.1 Stoffliche und methodische Grundlegung	292
6.1.1 Sichtweisen des Prozentbegriffs	292
6.1.2 Methodische Folgerungen	293
6.2 Einführung der Prozentrechnungen	293
6.2.1 Berechnung des Prozentsatzes	293
6.2.2 Zeichnerische Darstellungen beim Prozentrechnen	297
6.2.3 Berechnung des Prozentwertes	299
6.2.4 Berechnung des Grundwertes	301
6.2.5 Merkhilfen	303
6.3 Übungen zum Prozentrechnen	304
6.3.1 Zeichnerische Aufgabenstellung	304
6.3.2 Prozentstrahl	305
6.3.3 Herausstellen mathematischer Zusammenhänge beim Prozentrechnen	310
6.3.4 Prozentuale Zuschläge und Abzüge	318
6.3.5 Rechnen mit Promille	320
6.4 Zinsrechnen	320
6.4.1 Zinsrechnen als angewandtes Prozentrechnen	320
6.4.2 Die Zeit als vierte Variable	323
6.4.3 Grundaufgaben des Zinsrechnens bei Berücksichtigung der Zeit	325
6.4.4 Rechnen mit Zinstabellen	328
7. Funktionale Abhängigkeiten	330
7.1 Arten der Zuordnung	330
7.1.1 Begriffsbestimmungen	330
7.1.2 Empirische Zuordnungen	330
7.1.3 Proportionale Zuordnungen	333
7.1.4 Umgekehrt proportionale Zuordnungen	336
7.1.5 Verdeutlichung der mathematischen Zusammenhänge bei Zuordnungen	339
7.2 Grafische Darstellungen	343
7.2.1 Einsatzmöglichkeiten von Diagrammen	343
7.2.2 Diagrammarten zur Darstellung von Zahlgrößen	343
7.2.3 Diagrammarten zur Darstellung multiplikativer Zahlbeziehungen	346
7.2.4 Kurvendiagramm	346
7.2.5 Schüleraktivitäten bei Diagrammaufgaben	347
8. Sachrechnen	349
8.1 Didaktische Grundlegung	349
8.1.1 Charakterisierung von Sachaufgaben	349
8.1.2 Fehleranalyse	349
8.2 Operative Übungen bei Textaufgaben	351
8.2.1 Hilfen zum Textverständnis	352
8.2.2 Das Denken in mathematischen Zusammenhängen	353
8.2.3 Konkrete und grafische Lösungshilfen	356
8.2.4 Lösungsstrukturschemata	361

8.3	Durchführung effektiver Sachrechenstunden	365
8.3.1	Sammeln von Zahlenmaterial für Sachrechnungen	366
8.3.2	Datenarchiv	367
8.3.3	Artikulation einer Sachrechenstunde	371
8.3.4	Erstellen einer Lösungsstrategie	373
8.4	Exemplarische Strukturierung sachrechnerischer Aufgabenbereiche	374
8.4.1	Schlußrechnungen	374
8.4.2	Mittelwert- und Durchschnittsberechnung	381
8.4.3	Verhältnisrechnen	383
8.4.4	Verteilungen und Mischungen als Anwendungen des Verhältnisrechnens	385
8.4.5	Aufgaben aus dem kaufmännischen Bereich	390
8.4.6	Bewegungsaufgaben	393
8.4.7	Rechenrätsel	398
 Registerteil		
	Verzeichnis der Grundschemata	404
	Literaturverzeichnis	406
	Sachregister	408