

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	9
<i>1. Einführung</i>	11
Erster Teil: Mathematische Denkfähigkeiten	17
<i>2. Die Beschreibung mathematischer Denkfähigkeiten in der didaktischen Literatur</i>	19
2.1 Empirische Untersuchungen zu mathematischen Leistungsdimensionen	20
2.1.1 Grobstruktur mathematischer Schulleistungen	21
2.1.2 Feinstruktur mathematischer Schulleistungen	23
2.2 Ziele für den Mathematikunterricht	25
2.2.1 H. Lenné	26
2.2.2 W. Jung	26
2.2.3 H. Winter	27
2.2.4 J. W. Wilson (B. S. Bloom)	28
2.2.5 H. Maier	29
<i>3. Methodisch-didaktische Prinzipien für den Mathematikunterricht</i>	31
3.1 Das Prinzip der Variation der Darstellung	33
3.2 Das operative Prinzip	34
3.3 Das genetische Prinzip	37
3.4 Mathematik als Tätigkeit	40
3.5 Ausblick	42
<i>4. Erstellung eines Katalogs mathematischer Denkfähigkeiten</i>	44
4.1 Fachbezogene Dimension mathematischer Denkfähigkeiten	44
4.2 Nichtfachbezogene Dimension mathematischer Denkfähigkeiten	48
4.3 Zusammenfassung	51
<i>5. Explikation der Kriterien der nichtfachbezogenen Dimension („operations“)</i>	53
5.1 Cognition	53
5.2 Memory	55
5.3 Divergent Production	57

5.4	Convergent Production	57
5.5	Evaluation	62
5.6	Operations und Lernvoraussetzungen	63
5.7	Operations und Mathematikabitur	64
6.	<i>Explikation der Kriterien der fachbezogenen Dimension</i> („Allgemeine mathematische Prozesse“)	68
6.1	Repräsentieren: Enaktivieren, Ikonisieren, Formalisieren, Verbalisieren	69
6.1.1	Handlungsgebundene Darstellung	70
6.1.2	Bildhafte Darstellung	71
6.1.3	Zur Unterscheidung von Bildern und Symbolen	73
6.1.4	Sprachlich-symbolhafte Darstellung	78
6.1.5	Zusammenfassung	83
6.2	Klassifizieren, Abstrahieren, Konkretisieren, Generalisieren, Spezialisieren	84
6.2.1	Klassifizieren	84
6.2.2	Abstrahieren	85
6.2.3	Konkretisieren	88
6.2.4	Generalisieren, Spezialisieren	89
6.3	Analysieren, Synthetisieren, Kombinieren	91
6.3.1	Analysieren	91
6.3.2	Synthetisieren	92
6.3.3	Kombinieren	93
6.4	Ordnen: Beziehungen herstellen, lokales und globales Ordnen, Axiomatisieren	94
6.4.1	Überblick	94
6.4.2	Lokales und globales Ordnen	96
6.4.3	Axiomatisieren	98
6.5	Definieren, Schließen, Beweisen	102
6.5.1	Definieren	102
6.5.2	Logisches Schließen	106
6.5.3	Beweisen	108
6.6	Heuristisches Denken: Experimentieren, Umstrukturieren, Plausibles Schließen, Strategisieren	111
6.6.1	Experimentieren	112
6.6.2	Umstrukturieren	114
6.6.3	Plausibles Schließen	115
6.6.4	Strategisieren	121
6.7	Mathematisieren	124
Zweiter Teil: Mathematikabituraufgaben		127
7.	<i>Explikation der Kriterien für das Verfahren der Zuord-</i> <i>nung von Denkfähigkeiten zu Mathematikabituraufgaben</i>	128

7.1	Zum Problem der Zuordnung von Denkfähigkeiten zu Aufgaben (methodischer Ansatz)	128
7.2	Zum Problem der Berücksichtigung der Lernvoraussetzungen	131
7.3	Beschreibung des Zuordnungsverfahrens	135
7.3.1	Allgemeines	135
7.3.2	Ein Beispiel	138
7.4	Interpretation einzelner Sachverhalte	139
8.	<i>Zuordnung mathematischer Denkfähigkeiten zu Mathematikabituraufgaben</i>	146
9.	<i>Ergebnisse</i>	154
9.1	Mathematischer Inhalt	154
9.1.1	Inhaltsbereich A (Analysis)	154
9.1.2	Inhaltsbereich B (Analytische Geometrie)	155
9.1.3	Verteilung der Inhalte, Häufigkeiten	157
9.1.4	Zusammenfassung	163
9.2	Psychologische Denkopoperationen („operations“)	164
9.2.1	Memory	164
9.2.2	Typen von Aufgaben	167
9.2.3	Verteilung der Typen, Häufigkeiten	171
9.2.4	Evaluation	176
9.2.5	Cognition	176
9.2.6	Production	177
9.2.7	Zusammenfassung	178
9.3	Mathematische Prozesse	179
9.3.1	Repräsentieren	179
9.3.2	Klassifizieren, Abstrahieren, Konkretisieren, Generalisieren, Spezialisieren	182
9.3.3	Analysieren, Synthetisieren, Kombinieren	183
9.3.4	Ordnen	183
9.3.5	Definieren, Schließen, Beweisen	184
9.3.6	Heuristisches Denken	185
9.3.7	Mathematisieren	186
9.3.8	Zusammenfassung	187
9.4	Methodisch-didaktische Prinzipien	188
9.5	Zusammenfassung	190
10.	<i>Diskussion der Ergebnisse</i>	192
10.1	Argumente pro	192
10.1.1	Die Möglichkeit zur gezielten Vorbereitung auf das Abitur	192
10.1.2	Die Intensivierung der Auseinandersetzung mit komplexen Prüfungsinhalten	193

10.1.3	Die Bedeutung algorithmisch-kalkülmäßigen Arbeitens . . .	194
10.1.4	Die Vergleichbarkeit der Anforderungen von Abiturprüfungen verschiedener Bundesländer	194
10.2	Argumente contra	196
10.2.1	Der Zwang zu einer gezielten Vorbereitung auf das Abitur	196
10.2.2	Die Vernachlässigung des Elementaren	198
10.2.3	Die Überbetonung algorithmisch-kalkülmäßigen Arbeitens	199
10.2.4	Die Einschränkung des Freiheitsspielraums der Bundesländer	202
10.2.5	Die Einseitigkeit der geprüften Fähigkeiten	206
10.3	Exkurs über Transfer	208
10.3.1	Transfertheorien	208
10.3.2	Empirische Untersuchungen und Ergebnisse	210
10.3.3	Konsequenzen für den Unterricht	212
10.3.4	Logisches Denken und Transfer	212
10.4	Mathematikabitur und Transfer	216
10.4.1	Allgemeine Transferbedingungen	216
10.4.2	Bedingungen für einen Transfer logischen Denkens	217
10.4.3	Empirische Untersuchungen	218
10.5	Zusammenfassung	220
11.	<i>Vorschläge zur Gestaltung des Mathematikabiturs</i>	223
11.1	Allgemeine Forderungen	223
11.2	Mathematischer Inhalt	224
11.2.1	Neue Prüfungsinhalte?	224
11.2.2	Elementare Inhalte	225
11.2.3	Querverbindungen	226
11.2.4	Zur Anzahl der Aufgaben	227
11.3	Psychologische Denkopoperationen	229
11.3.1	Aufgaben der Kategorie „evaluation“	229
11.3.2	Aufgaben der Kategorie „divergent production“	230
11.4	Mathematische Prozesse	232
11.4.1	Die Offenheit des Inhalts hinsichtlich der Dimension „mathematische Prozesse“	232
11.4.2	Beispiele	234
11.5	Mündliche Prüfung	237
11.6	Bemerkungen	241
	<i>Schluß</i>	243
	<i>Literaturverzeichnis</i>	247
	<i>Register</i>	255