

Inhalt

<u>Vorwort</u>	12
<u>Kapitel 1: Der Begriff "Wahrscheinlichkeit"</u>	14
1.1 Wahrscheinlichkeit in der Umgangssprache	14
1.2 Quantifizierung der Wahrscheinlichkeit	18
<u>Kapitel 2: Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie</u>	26
2.1 Ereignisse als Mengen	26
2-1 Mengenoperationen für Ereignisse	30
2-2 Eigenschaften der Mengenoperationen	30
2-3 Abgeleitete Rechenregeln für Mengen	31
2.2 Der Ereignisraum	32
2-4 Definition des Ereignisraums	33
2-5 Zusätzliche Eigenschaften des Ereignisraumes ...	34
2-6 Reelle Intervalle	36
2-7 Kontinuierliche Ereignisse	36
2.3 Der Wahrscheinlichkeitsraum	38
2-8 Axiome der Wahrscheinlichkeitstheorie	40
2-9 Wahrscheinlichkeitsraum	42
2-10 Folgerungen	42
2.4 Zufallsvariable	44
2-11 Variable, Zufallsvariable	44
2-12 Von einer Zufallsvariablen erzeugter Ereignis- raum	45
2-13 Hintereinanderschaltung von Zufallsvariablen ...	47
2-14 Stetigkeit von Zufallsvariablen	48
2.5 Verteilungen	48
2-15 Verteilung einer Zufallsvariablen	49
2-16 Einfache Eigenschaften des Integrals	52
2-17 Verteilungsfunktion	53
2.6 Erwartungswert und Varianz	56
2-18 Erwartungswert	57
2-19 Exkurs über Entscheidungstheorie	58

2-20	Eigenschaften des Erwartungswertes	60
2-21	Varianz und Streuung	65
2-22	Berechnung der Varianz	65
2-23	TSCHEBYSCHEVsche Ungleichung	65
2-24	Drei anschauliche Eigenschaften des Integrals ..	66
<u>Kapitel 3: Spezielle Verteilungen I</u>		69
3.1	Gleichverteilung, Kombinatorik	69
3-1	Gleichverteilung	69
3-2	Rechteckverteilung	70
3-3	LAPLACEScher Wahrscheinlichkeitsraum	72
3-4	Anzahl von Anordnungen	72
3-5	Anzahl von Stichproben aus einer Grundgesamtheit	74
3-6	Eigenschaften des Binomialkoeffizienten	75
3-7	Folgerungen aus 3-6	75
3-8	Stichprobe aus gemischter Grundgesamtheit	76
3.2	Binomialverteilung	79
3-9	Definition der Binomialverteilung	79
3-10	Erwartungswert und Varianz der Binomial- verteilung	81
3-11	Summe binomialverteilter Zufallsvariablen	82
3.3	POISSON-Verteilung	83
3-12	Definition der POISSON-Verteilung	85
3-13	Erwartungswert und Varianz der POISSON-Verteilung	86
3.4	Normalverteilung	87
3-14	Definition der Normalverteilung	88
3-15	Eigenschaften der Dichte von $N(\mu, \sigma^2)$	89
3-16	Erwartungswert und Varianz der Normalverteilung	92
3-17	Normalverteilung bei Linearer Transformation ...	93
3-18	Hilfssatz: Umformung eines Integrals	94
<u>Kapitel 4: Stochastische Unabhängigkeit und Abhängigkeit</u>		96
4.1	Wahrscheinlichkeit auf Produkt-Räumen	96
4-1	Mehrdimensionaler Wahrscheinlichkeitsraum	97
4-2	Projektion eines diskreten Wahrscheinlich- keitsmaßes	98

4-3	Mehrdimensionale Zufallsvariable	99
4-4	Multinomialverteilung	100
4-5	Zweidimensionale Normalverteilung	102
4-6	Projektion der Normalverteilung	104
4-7	Kovarianz und Korrelation	105
4-8	Korrelation bei Normalverteilung	105
4.2	Übergangswahrscheinlichkeit und bedingte Wahrscheinlichkeit	107
4-9	Übergangswahrscheinlichkeit	108
4-10	Konstruktion einer zweidimensionalen Wahr- scheinlichkeit (diskret)	108
4-11	Konstruktion einer zweidimensionalen Wahr- scheinlichkeit (kontinuierlich)	110
4-12	Übergangsdichte	110
4-13	Projektion und Übergangswahrscheinlichkeit	111
4-14	Zerlegung eines Wahrscheinlichkeits-Maßes auf einem Produkt-Raum	111
4-15	Bedingte Wahrscheinlichkeit	113
4.3	Die BAYESSche Methode	115
4-16	Der Satz von BAYES	116
4-17	a-priori- und a-posteriori-Wahrscheinlichkeit	118
4-18	Der Satz von BAYES im kontinuierlichen Fall ...	120
4-19	Revision einer Normalverteilung über den Hypothesen	120
4-20	Beispiel	122
4.4	Stochastische Unabhängigkeit von Ereignissen	125
4-21	Stochastische Unabhängigkeit	125
4-22	Unabhängige Ereignis-Algebren	126
4.5	Unabhängigkeit von Zufallsvariablen	127
4-23	Unabhängige Zufallsvariable	129
4-24	Komposition unabhängiger Zufallsvariabler	132
4-25	Gemeinsame Verteilung	132
4-26	Gemeinsame Verteilung bei Unabhängigkeit	133
4-27	Gemeinsame Normalverteilung	134
4.6	Das Rechnen mit unabhängigen Zufallsvariablen	135
4-28	Unkorrelierte Zufallsvariable	136

4-29	Stochastische und lineare Unabhängigkeit	136
4-30	Additivität der Varianz	141
4.7	Exkurs: Quantifizierung von Information	142
4-31	Zusammenhang zwischen Wahrscheinlichkeit und Informationsbetrag	143
4-32	Berechnung des Informationsbetrages	144
<u>Kapitel 5: Spezielle Verteilungen II</u>		146
5.1	Stichprobenfunktionen	147
5-1	Definition	147
5.2	Mathematische Voraussetzung: Faltung	148
5-2	Transformation einer zweidimensionalen Dichte .	149
5-3	Verteilung einer Stichproben-Funktion	150
5-4	Faltung	150
5-5	Faltung der Normalverteilung	151
5.3	Mathematische Voraussetzung: Gamma-Funktion	152
5-6	Die Gamma-Funktion	153
5-7	Eigenschaften der Gamma-Funktion	154
5-8	Die Gamma-Verteilung	154
5-9	Weitere Eigenschaften der Gamma-Funktion	155
5.4	Verteilung des Arithmetischen Mittels	156
5-10	Satz	156
5.5	Die Chiquadrat-Verteilung	158
5-11	Chiquadrat-Verteilung	158
5-12	Erwartungswert und Varianz der Chiquadrat- Verteilung	161
5-13	Verteilung der Stichproben-Varianz	162
5.6	Die t-Verteilung	164
5-14	t-Verteilung	165
5-15	Weitere t-verteilte Zufallsvariable	167
5-16	Erwartungswert und Varianz der t-Verteilung ...	168
5.7	Die F-Verteilung	169
5-17	F-Verteilung	170
5-18	Erwartungswert und Varianz der F-Verteilung ...	172
5-19	Varianzanalyse	173

5.8 Weitere Verteilungen	174
5-20 Nichtzentrale Chiquadratverteilung	175
5-21 Nichtzentrale t-Verteilung	176
5-22 Nichtzentrale F-Verteilung	177
5-23 k-dimensionale Normalverteilung	177
5-24 Die WISHART-Verteilung	178
5-25 HOTELLING's T^2 -Verteilung	179
 Kapitel 6: Grenzwerte bei unendlich vielen <u>Zufallsvariablen</u>	 181
6.1 Konvergenz und asymptotisches Verhalten	182
6-1 Zahlenfolge	182
6-2 Punkt-Konvergenz	183
6-3 Konvergenz von Funktionen	184
6-4 Fast-sichere Konvergenz von Zufallsvariablen ...	184
6-5 Reihen und ihre Konvergenz	185
6-6 Beispiele konvergenter Reihen	186
6-7 Reihen von Zufallsvariablen	187
6.2 Das Gesetz der großen Zahlen	188
6-8 Gesetze der großen Zahlen	190
6-9 Sätze von KOLMOGOROV	192
6-10 BERNOULLI'scher Satz	192
6-11 Exkurs: Vergleich zwischen den beiden Gesetzen der großen Zahlen	194
6.3 Der Zentrale Grenzwertsatz	196
6-12 Zentraler Grenzwertsatz; Definition	201
6-13 Asymptotische Verteilung	201
6-14 Voraussetzungen für den Zentralen Grenzwertsatz	202
6-15 Normalverteilung sozialwissenschaftlicher Daten	203
6.4 Konvergenz gebräuchlicher Verteilungen	204
6-16 Konvergenz der Binomialverteilung, Satz von LAPLACE	204
6-17 Konvergenz der POISSON-Verteilung	205
6-18 Konvergenz der Chiquadrat-Verteilung	205
6-19 Konvergenz der t-Verteilung	205
6-20 Konvergenz der F-Verteilung	206

<u>Kapitel 7: Stochastische Prozesse</u>	209
7.1 Stochastische Prozesse in der Psychologie	209
7-1 Lernprozesse	209
7-2 Interaktionsprozeß	211
7-3 Zeitreihen-Analyse von Verlaufsdaten	213
7.2 Typen stochastischer Prozesse	214
7-4 Allgemeine Definition des stochastischen Prozesses	214
7-5 Prozeß mit unabhängigen Zuwächsen	215
7-6 Endlich-dimensionale Verteilungen	216
7-7 GAUSSscher Prozeß	216
7-8 POISSON-Prozeß	217
7-9 MARKOV-Prozeß	217
7-10 Stationärer Prozeß	218
7.3 MARKOV-Ketten	218
7-11 Definition der MARKOV-Kette	219
7-12 Übergangsmatrix	219
7-13 Beispiel aus der Reiz-Stichproben-Theorie	220
7-14 Homogene MARKOV-Kette	221
7-15 Stufenweise Veränderung von Wahrscheinlichkeiten	222
7-16 n-Schritt-Übergangswahrscheinlichkeit	223
7-17 Gleichungen von CHAPMAN und KOLMOGOROV	224
7-18 Einteilung der Zustände bei MARKOV-Ketten	224
7-19 Kennzeichnung rekurrenter Zustände	225
7-20 Satz	226
7.4 Stationäre Prozesse	227
7-21 Stationärer Prozeß im weiteren Sinne	227
7-22 Zusammenhang zwischen Stationarität i.e.S. und i.w.S.	227
7-23 Autokorrelation	228
7-24 Kreuzkorrelation	229
7-25 Stationäre Verteilung einer homogenen MARKOV- Kette	230
<u>Kapitel 8: Grundlagen der Inferenz-Statistik</u>	233
8.1 Parameterschätzung	233
8-1 Schätzfunktion, Schätzung	234

8-2	Erwartungstreue Schätzung	235
8-3	Beispiele für erwartungstreue Schätzungen	235
8-4	Konsistente Schätzung	237
8-5	Beispiele für konsistente Schätzungen	237
8-6	Likelihoodfunktion	238
8-7	Maximum-Likelihood-Schätzung	239
8-8	Beispiele für Maximum-Likelihood-Schätzungen ...	239
8-9	Erschöpfende Schätzung	240
8-10	Beispiele erschöpfender Schätzungen	241
8-11	Erwartungstreue der Stichproben-Kovarianz	242
8.2	Prinzipien des Hypothesentestens	244
8-12	Ein einfaches Beispiel	244
8-13	Voraussetzungen des Beispiels	246
8-14	Nullhypothese des Beispiels	246
8-15	Kritischer Bereich; statistische Entscheidung ..	247
8-16	Signifikanz-Niveau	247
8-17	Statistischer Test	249
8-18	Der t-Test	250
8-19	Der F-Test; Varianzanalyse	251
8-20	Fehler erster und zweiter Art	252
8-21	Gütefunktion	252
8-22	Wahl einer anderen Stichprobenfunktion	254
8-23	Wahl eines anderen kritischen Bereichs	254
8-24	Trennscharfer Test	255
8-25	Likelihood-Quotienten-Test	255
8.3	Verteilungsfreie Verfahren	257
8.26	Verteilung unter Nebenbedingungen	258
8-27	Test auf Übereinstimmung mit einer vermuteten Verteilung	259
8-28	Multinomialverteilung der beobachteten Häufig- keiten	260
8-29	Bedingte Verteilung unabhängiger POISSON-Ver- teilungen	261
8-30	Die Verteilung der Stichprobenfunktion	263
8-31	Test auf Unabhängigkeit zweier Variablen	264
	<u>Lösungen der Übungsaufgaben</u>	268
	<u>Literaturverzeichnis</u>	289
	<u>Sachregister</u>	294