

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	7
<b>0. Einleitender Überblick</b>	11
<b>1. Schwierigkeiten beim Rechnen mit der Null – ein Überblick über Befunde und Erklärungsansätze</b>	17
1.1. Befunde	17
1.2. Erklärungsansätze	21
<b>2. Die Null als Lerngegenstand im Spiegel von Lehrplänen, Schulbüchern und Auskünften von Lehrkräften</b>	27
2.1. Die Null im Anfangsunterricht	28
2.1.1. Analyse von Lehrplänen	28
2.1.2. Analyse von Schulbüchern	34
2.2. Die Null im Zusammenhang mit der Multiplikation	35
2.2.1. Analyse von Lehrplänen	35
2.2.2. Analyse von Schulbüchern	37
2.2.3. Befragung von Lehrkräften	45
<b>3. Erfindung, Rezeption und systematische Einordnung der Null – kulturhistorische, philosophische und mathematische Aspekte</b>	51
3.1. Kulturhistorische Erkenntnisse	53
3.1.1. Von der „Eins-zu-Eins“ - Zuordnung zur Bündelung	53
3.1.2. Vom positionsunabhängigen System zum positionsabhängigen System	57
3.1.3. Von der konstruktiv-additiven Ausweisung der Zahlen zur multiplikativen Ausweisung	59
3.1.4. Zur Entwicklung der Darstellungsform: von der analog ausgewiesenen zur digital ausgewiesenen „Null“	60
3.1.5. Die „Null“ als Rechenzahl	62
3.1.6. Die Bedeutung der „Null“ beim Messen	64
3.1.7. Pädagogische Schlußfolgerungen	69
3.2. Philosophische Einflüsse	69
3.2.1. Einflüsse des „Realismus“	72
3.2.2. Einflüsse des „Nominalismus“	73
3.3. Mathematische Impulse	75

<b>4. Konsequenzen für die pädagogische Vermittlung: Konzept und Unterrichtseinheiten</b>	77
4.1. Zum Konzept	77
4.1.1. Die Null als Bezeichnung für noch nicht oder nicht mehr Vorhandenes im Unterschied zu Vorhandenem	82
4.1.2. Die Null als Bezugspunkt bei Urteilen über Gleichheit und Verschiedenheit quantitativer Merkmale	83
4.1.3. Die Null als Ausgangspunkt von Folgen und Reihungen	84
4.1.4. Die Null als Bezugspunkt für physikalische Messungen	85
4.1.5. Die Null als Kennzeichen von Leerstellen im Positionssystem	86
4.1.6. Die Null als Rechenzahl	87
4.2. Darstellung der Unterrichtseinheiten	88
<b>5. Aufgaben zur Prüfung von Bedeutungsaspekten der Null</b>	139
<b>6. Untersuchungen zur Wirksamkeit der Unterrichtseinheiten</b>	163
6.1. Grundgedanken zum Versuchsplan und seine Ergänzung aufgrund von Rückmeldungen interessierter Lehrkräfte	164
6.2. Beschreibung des Vorgehens	166
6.2.1. Studie 1	166
6.2.2. Studie 2	171
6.3. Ergebnisse	177
6.3.1. Studie 1	177
6.3.2. Studie 2	183
6.4. Diskussion	185
<b>7. Lern- und Übungsmaterialien</b>	187
7.1. Gesichtspunkte der Analyse	187
7.2. Materialfundus	190
7.3. Zur Darstellung	190
<b>8. Literaturverzeichnis</b>	213
8.1. Wissenschaftliche Schriften	213
8.2. Lehrpläne, Bildungspläne, Rahmenrichtlinien der Bundesländer	219