

Inhalt

Vorwort	xiii
Erster Teil: Orientierung und Einleitung	
1 Topographie der Musik	1
1.1 Einführung	1
1.2 Realitätsebenen	2
1.3 Musik als Kommunikation	3
1.4 Das musikalische Zeichensystem	7
1.5 Zusammenfassung und Überblick	11
2 Parameterräume für Klänge	15
2.1 Einführung	15
2.2 Physikalische Räume	15
2.3 Mathematische Räume	21
2.3.1 Einsatzzeit und Dauer	22
2.3.2 Amplitude	25
2.3.3 Frequenz	25
2.4 Interpretative Räume	31
2.4.1 Einsatzzeit und Dauer	32
2.4.2 Schalldruckpegel	34
2.4.3 Tonhöhe: Oktavidentifikation	35
2.5 Summen von Merkmalsräumen	39

3 Zur Physiologie und Psychologie des Musikhörens	41
3.1 Einführung	41
3.2 Physiologie: Von der Ohrmuschel zu den Heschlschen Querwindungen	42
3.3 Unterscheidungsvermögen von Tönen: Meyer-Epplers Valenztheorie	49
3.4 Symbolische, physiologische und psychologische Aspekte von Konsonanz und Dissonanz	55
3.4.1 Eulers Gradus-Funktion	56
3.4.2 Helmholtz' Schwebungsmodell	59
3.4.3 Psychometrische Untersuchungen von Plomp und Levelt	60
3.4.4 Kontrapunkt	61
3.4.5 Konsonanz-Dissonanz: Ein Begriffsfeld	62
 Zweiter Teil: Lokale Theorie	
4 Lokale musikalische Strukturen	63
4.1 Die Objekte der lokalen Theorie	63
4.1.1 Moduln	63
4.1.2 Lokale Kompositionen	72
4.1.3 Lokale musikalische Materialkunde I Beispiele: Skalen, Akkorde, Rhythmen, Motive	76
4.2 Lokale Theorie der Symmetrien	84
4.2.1 Symmetrien in der Musik	84
4.2.2 Morphismen zwischen lokalen Kompositionen	102
4.2.3 Symmetriegruppen: Form und Inhalt	107
4.3 Klassifikation lokaler Kompositionen	132
4.3.1 Worum es geht	132
4.3.2 Methoden und Resultate	133
4.3.3 Lokale musikalische Materialkunde II Klassifikation: Skalen, Akkorde, Rhythmen, Motive	141
4.3.4 Anwendung: Das von Schubert vertonte Gedicht «Lied zu singen auf dem Wasser» von Stolberg	145

Dritter Teil: Globale Theorie

5 Globale musikalische Strukturen	151
5.1 Die Theorie der globalen Kompositionen	151
5.1.1 Einführung	151
5.1.2 Ansätze	153
5.1.3 Globale Kompositionen	159
5.1.4 Symmetrien auf globalen Kompositionen	166
5.2 Interpretationen	169
5.2.1 Definition und Beispiele	169
5.2.2 Terzschichtungen	171
5.2.3 Interpretation und Instrumentierung	173
5.3 Elementare globale musikalische Materialkunde	174
5.3.1 Kirchentonarten	174
5.3.2 Dreiklangstufungen	176
5.3.3 Motivinterpretationen	185
5.4 Die Idee der Kadenz	187
5.4.1 Begriffsbildung	187
5.4.2 Beispiele	189
5.5 Modulationsmodelle via «Wechselwirkungskräfte»	194
5.5.1 Motivation, Heuristik und formale Präzisierung	194
5.5.2 Das Modulationstheorem für die wohltemperierte Stimmung	202
5.5.3 Das Modulationstheorem für die reine Stimmung	206
5.6 Erste Beispiele zum Modulationstheorem	208
5.6.1 J.S. Bach: Choral aus dem «Himmelfahrtsoratorium»	208
5.6.2 W.A. Mozart: «Zauberflöte», Chor der Priester	210
5.6.3 C. Debussy: «Préludes», Livre 1, No.4	214
5.7 Analyse der Modulationsstruktur in Beethovens «Hammerklavier»-Sonate op.106	218
5.7.1 Einführung	218
5.7.2 Die fundamentale These von Ratz	220
5.7.3 Die Modulationsstruktur im Überblick	222

6	Klassifikation globaler Kompositionen	227
6.1	Die Technik der Auflösung	227
6.1.1	Ein illustratives Beispiel	227
6.1.2	Die Auflösung einer Komposition	232
6.2	Klassifikation	236
6.2.1	Aesthetik der Klassifikation	236
6.2.2	Das Programm der Klassifikation	237

Vierter Teil: Vertiefung

7	Der Kontrapunkt als melodische Variation des Gregorianischen Chorals	241
7.1	Pfeile: die Formalisierung des Variationsgedankens	241
7.1.1	Pfeile und Alterationen	241
7.1.2	Kontrapunktisches Intervalldenken	243
7.1.3	Der Intervallring	245
7.1.4	Die musikalische Bedeutung der Symmetrien des Intervallrings	246
7.2	Dichotomien als Ausdruck musikalischen Gegensatzdenkens	249
7.2.1	Dichotomien und formalisiertes Polaritätsdenken	249
7.2.2	Die Konsonanz-Dissonanz-Dichotomie auf dem Intervallring	252
7.3	Lokale Symmetrien als Modell kontrapunktischer Fortschreitung	253
7.3.1	Deformationen der K^{\sim}/D^{\sim} -Dichotomie im Intervallring durch kontrapunktische Symmetrien	253
7.3.2	Kontrapunktische Symmetrien sind lokale Symmetrien	255
7.3.3	Das Kontrapunkttheorem	257
7.3.4	Diskussion des Kontrapunkttheorems im Licht des reduzierten strengen Satzes	258

8 Die Theorie des Streichquartetts	261
8.1 Allgemeine und historische Vorbemerkungen	261
8.2 Die Theorie des Streichquartetts nach Finscher	263
8.2.1 Der vierstimmige Satz	263
8.2.2 Der Topos der Konversation von vier humanistisch gebildeten Personen	264
8.3 Die Violinfamilie	266
8.4 Abschätzung der Auflösungsparameter	266
8.4.1 Die Parameterräume der Geigenfamilie	267
8.4.2 Die Abschätzung	272
8.5 Die definierenden lokalen Strukturen von Kontrapunkt und Harmonielehre	276
8.5.1 Kontrapunkt	276
8.5.2 Harmonielehre	277
8.5.3 Die Wahl der Zahl	277
9 Mathematische Betrachtungen zur Historizität in der Musik	279
9.1 Das paradigmatische Thema	279
9.2 Gruppen als Parameter der Historizität	281
10 Der MD-Z71-Musikcomputer: Soft- und Hardware zur Mathematischen Musiktheorie	283
10.1 Die Notwendigkeit computergraphischer Operationalisierung	283
10.2 Entwicklungsziele des MD-Z71	284
10.3 Yoneda-Philosophie als Gestaltungsprinzip	285
Anhang	297
A0 Mengen, Relationen und Gruppen	297
A1 Koeffizientenbereiche für Töne	303
A2 Moduln, lineare und affine Abbildungen	306
A3 Musikalische Symmetrien und ihre Gruppen	312
A4 Ergänzungen zum Fourier-Theorem und zur FM-Synthese	315
A5 Das Yoneda-Lemma als methodologische Grundlage für die Theorie globaler Kompositionen	317
A6 Der Nerv einer globalen Komposition	320

Tabellen	323
TA1 Eulers Gradus-Funktion	323
TA2 Reingestimmte Chromatik und deren Abweichung von der 12-temperierten Chromatik	324
TA3 Die Isomorphieklassen von lokalen Kompositionen in \mathbb{Z}_{12}	324
TA4 Klassengewicht und Fläche dreielementiger Motive in $(\mathbb{Z}_{12})^2$	329
TA5 Modulationsschritte in (a) 12-temperierten und (b) reinstimmigen Dur-Skalen	330
TA6 Erlaubte Schritte im zweistimmigen Kontrapunkt Note gegen Note	332
Bibliographie	335
MaMuTh-Lexikon	343