

Inhaltsverzeichnis

1. Zahlen, Mengen und Funktionen	1
1.1 Zahlen	1
1.1.1 Einleitung	1
1.1.2 Über das System der reellen Zahlen	1
1.1.3 Einiges über Ungleichungen und den absoluten Betrag	3
a) Ungleichungen	3
b) Intervalle	4
c) Vorzeichen und absoluter Betrag	4
1.1.4 Zahlen und Größen in der Ökonomie	5
1.2 Mengen	7
1.2.1 Begriff der Menge	7
1.2.2 Teilmengen	8
1.2.3 Vereinigungs-, Durchschnitts- und Produktmengen	10
1.2.4 Abbildungen	12
1.3 Funktionen	16
1.3.1 Algebraische Operationen	16
1.3.2 Graphische Darstellung	16
1.3.3 Die elementaren Funktionen	21
a) Rationale Funktionen	21
b) Algebraische Funktionen	22
c) Trigonometrische Funktionen	22
d) Exponentialfunktion und Logarithmusfunktion	23
1.3.4 Folgen (Funktionen mit ganzzahligen Veränderlichen)	25
1.4 Funktionen in der Wirtschaftswissenschaft	26
1.4.1 Die Nachfragefunktionen	27
1.4.2 Produktionsfunktionen	29
1.4.3 Kostenfunktionen	30
1.4.4 Die Angebotsfunktion	32
1.4.5 Die Konsumfunktion	32
1.4.6 Die Investitionsfunktion	33
1.4.7 Die aggregierte Produktionsfunktion	33
1.4.8 Die aggregierte Angebotsfunktion	34

1.4.9 Die Nachfrage nach Transaktionskasse	34
1.4.10 Die Liquiditätspräferenzfunktion (Liquidity preference)	34
1.5 Grenzwerte von Zahlenfolgen	35
1.5.1 Beschränkte Zahlenmengen	35
1.5.2 Die beschränkten Zahlenfolgen	36
1.5.3 Definition des Häufungspunktes einer Folge	36
1.5.4 Monotone und konvergente Zahlenfolgen	37
1.5.5 Die Zahl e	39
1.5.6 Das Rechnen mit Grenzwerten	41
1.6 Grenzwerte von Funktionen	43
1.7 Stetige Funktionen	47
1.7.1 Definition der Stetigkeit	47
1.7.2 Eigenschaften stetiger Funktionen	50
1.7.3 Die Stetigkeit ökonomischer Funktionen	54
1.8 Anhang zum 1. Kapitel	56
1.8.1 Die Polarkoordinaten	56
1.8.2 Kurvenscharen	58
1.8.3 Die komplexen Zahlen	60
Der Begriff der komplexen Zahl.	60
1.8.4 Das Rechnen mit komplexen Zahlen.	62
a) Addition und Subtraktion	62
b) Multiplikation	62
c) Division	63
d) Das Potenzieren	64
e) Das Radizieren	64
2. Differentialrechnung	67
2.1 Einleitung	67
2.2 Der Differentialquotient	67
2.2.1 Definition des Differentialquotienten	67
2.2.2 Stetigkeit und Differenzierbarkeit einer Funktion	69
2.2.3 Ein physikalisches Beispiel	70
2.2.4 Ein ökonomisches Beispiel	71
2.2.5 Direkte Berechnung der ersten Ableitung.	72
2.2.6 Ökonomische Begriffe, die auf Ableitungen beruhen	72
2.3 Differentiationsregeln	73
2.3.1 Die Differentiation der Funktionen $f(x)=c=const.$ und $g(x)=x$	73

2.3.2	Die Differentiation der Summe zweier Funktionen	74
2.3.3	Die Differentiation eines Produktes zweier Funktionen	74
2.3.4	Die Differentiation der Potenzfunktion $f(x) = x^n$.	76
2.3.5	Die Differentiation des Quotienten zweier Funktionen	77
2.3.6	Die Differentiation der inversen Funktion	78
2.3.7	Die Kettenregel oder die Differentiation von zusammengesetzten Funktionen	80
2.4	Die Exponentialfunktion und die Logarithmusfunktion	83
2.4.1	Eigenschaften der Exponentialfunktion	83
2.4.2	Eigenschaften der Logarithmusfunktion	83
2.4.3	Beziehungen zwischen Logarithmusfunktionen mit verschiedener Basis	84
2.4.4	Die Differentiation der Logarithmusfunktion	85
2.4.5	Die Differentiation der Exponentialfunktion	86
2.5	Wachstumsraten	86
2.5.1	Stetiges Wachstum mit konstanter Rate	86
2.5.2	Zins und Zinseszins	88
2.6	Die logarithmische Ableitung und die Elastizität einer Funktion	90
2.6.1	Die logarithmische Darstellung	90
2.6.2	Die logarithmische Ableitung	91
2.6.3	Die Elastizität einer Funktion	93
2.6.4	Die Preiselastizität der Nachfrage	95
2.6.5	Die Elastizität anderer ökonomischer Funktionen	98
2.7	Die trigonometrischen Funktionen	99
2.7.1	Zusammenstellung einiger wichtiger Eigenschaften der trigonometrischen Funktionen	99
2.7.2	Die Differentiation der trigonometrischen Funktionen	101
2.8	Die zyklometrischen Funktionen	102
2.8.1	Der Begriff der zyklometrischen Funktionen	102
2.8.2	Die Differentiation der zyklometrischen Funktionen	105
2.9	Hyperbolische Funktionen	107
2.10	Der Mittelwertsatz der Differentialrechnung	108
2.10.1	Der Satz von Rolle	108
2.10.2	Der Mittelwertsatz	109
2.10.3	Monotone Funktionen	110

2.11	Das Differential	111
2.11.1	Der Begriff des Differentials	111
2.11.2	Regeln für die Bildung des Differentials	113
2.11.3	Eine Anwendung des Differentials auf die Fehlerrechnung	114
2.12	Höhere Ableitungen	115
2.12.1	Der Begriff der höheren Ableitungen	115
2.12.2	Die n -te Ableitung eines Produktes	115
2.12.3	Ein physikalisches Beispiel	116
2.12.4	Ökonomische Beispiele	116
2.13	Konvexe und konkave Funktionen	118
2.13.1	Der Begriff der konvexen Funktion	118
2.13.2	Eigenschaften konvexer Funktionen	119
	Der Stützgeradensatz für konvexe Funktionen	121
2.13.3	Konvexe Bereiche	122
2.13.4	Konkave, quasikonkave und quasikonvexe Funktionen	122
2.13.5	Ökonomische Beispiele	123
3.	Diskussion von Funktionen	125
3.1	Allgemeine Kurvendiskussion	125
3.1.1	Erste Stufe	125
3.1.2	Zweite Stufe	128
	a) Das lokale Verhalten einer Funktion	128
	b) Eine globale Eigenschaft	130
3.1.3	Dritte Stufe	130
3.1.4	Ein Beispiel	133
3.1.5	Mathematische Beispiele zur Optimierung	135
3.2	Ökonomische Beispiele zur Optimierung	137
3.2.1	Gewinnmaximierung	137
3.2.2	Die optimale Einsatzmenge in der Produktion	140
3.2.3	Stückkostenminimierung	141
3.3	Spezielle Funktionen in der Ökonomie	143
3.3.1	Engel-Funktionen	143
3.3.2	Produktionsfunktionen	146
4.	Die Integralrechnung	149
4.1	Der Begriff des bestimmten Integrals	149
4.1.1	Einleitung	149

4.1.2	Die Definition des bestimmten Integrals	151
4.1.3	Sätze über das bestimmte Integral	154
4.2	Mittelwertsätze der Integralrechnung	155
4.3	Das unbestimmte Integral	157
4.3.1	Der Begriff des unbestimmten Integrals	157
4.3.2	Zusammenstellung unbestimmter Integrale	158
4.4	Der Hauptsatz der Integralrechnung	159
4.5	Die Substitutionsmethode	161
4.5.1	Die Substitutionsmethode für unbestimmte Integrale	161
4.5.2	Die Substitutionsmethode für bestimmte Integrale	165
4.6	Die Methode der partiellen Integration	168
4.7	Die Integration rationaler Funktionen	170
4.7.1	Eigenschaften rationaler Funktionen.	170
4.7.2	Partialbruchzerlegung rationaler Funktionen	171
4.7.3	Die Integration der rationalen Funktionen	175
4.8	Uneigentliche Integrale	179
4.8.1	Die Integration von Funktionen mit Sprungstellen	179
4.8.2	Die Integration von Funktionen mit Polen	180
4.8.3	Unendliche Integrationsintervalle	181
4.9	Einige ökonomische Anwendungen der Integralrechnung	183
4.9.1	Kapitalisierung	183
4.9.2	Konstante Abschreibungsrate.	185
4.9.3	Interner Zinssatz	185
4.9.4	Der Produktpreis bei räumlichem Marktgleichgewicht	186
4.9.5	Die Konsumentenrente	187
a)	Lineare Nachfrage	188
b)	Nachfragefunktion mit konstanter Elastizität.	188
5.	Reihen.	190
5.1	Begriffe und Definitionen	190
5.2	Reihen mit positiven Gliedern	194
5.2.1	Das Wurzelkriterium	195
5.2.2	Das Quotientenkriterium	196
5.2.3	Kriterien für die Divergenz.	197
5.3	Absolute und bedingte Konvergenz.	197

5.4	Ökonomische Beispiele	199
5.4.1	Der Multiplikatoreffekt bei einmaliger Investition	199
5.4.2	Der Multiplikatoreffekt bei andauernder Investition	199
5.4.3	Zinseszins	199
5.4.4	Der Kapitalwert eines Einkommenstromes	200
5.4.5	Annuitäten	201
5.5	Gleichmäßige Konvergenz	201
5.6	Potenzreihen	203
5.7	Taylorsche Formeln und Taylorsche Reihen	206
5.8	Die Berührung von Kurven und ein Kriterium für Extremalstellen	212
5.9	Unbestimmte Ausdrücke (die L'Hospitalsche Regel)	215
	Namen- und Sachverzeichnis	221