

1.	Funktionen mehrerer Veränderlicher	1
1.1	Begriff	1
1.1.1	Lineare Funktionen	1
1.1.2	Quadratische Funktionen	2
1.1.3	Polynome	2
1.1.4	Rationale Funktionen	3
1.1.5	Algebraische Funktionen	3
1.1.6	Transzendente Funktionen	4
1.2	Graphische Darstellung von Funktionen zweier Veränderlicher	5
1.3	Stetigkeit	10
1.3.1	Allgemeines	10
1.3.2	Unstetige Funktionen	10
1.4	Funktionen in der ökonomischen Theorie	11
1.5	Einige Funktionstypen	14
1.6	Fixpunktsätze	17
1.6.1	Brouwer'scher Fixpunktsatz	18
1.6.2	Kakutanischer Fixpunktsatz	18
2.	Differentialrechnung von Funktionen mehrerer Veränderlicher	19
2.1	Partielle Ableitung	19
2.2	Partielle Elastizitäten	20
2.3	Partielle Ableitungen höherer Ordnung	24
2.3.1	Allgemeines	24
2.3.2	Vertauschbarkeit der Reihenfolge bei der Ableitung	26
2.4	Totale Ableitung	27
2.5	Ableitung von zusammengesetzten Funktionen	30
2.6	Implizite Funktionen zweier Veränderlicher	32
2.7	Homogene Funktionen	34
2.7.1	Definition	34
2.7.2	Euler'sche Relation	35
2.7.3	Ökonomische Beispiele	37
2.7.4	Homothetische Funktionen	38

VIII

2.8	Mittelwertsatz der Differentialrechnung	40
2.9	Konvexe und konkave Funktionen	41
2.9.1	Quadratische Approximation	41
2.9.2	Definitionen	43
2.9.3	Einige Sätze	45
2.9.4	Quasikonvexität	48
2.9.5	Stetige und differenzierbare konvexe Funktionen	50
2.10	Die CES Funktion	55
3.	Maxima und Minima	65
3.1	Klassifikation von Extrema	65
3.2	Existenz von Maxima und Minima	67
3.3	Notwendige Bedingungen für ein lokales Maximum	68
3.4	Hinreichende Bedingungen für Maxima bei zweimal stetig differenzierbaren Funktionen	71
3.4.1	Hinreichende Bedingung für lokales Maximum	71
3.4.2	Kriterium für Negativ - Definitheit	72
3.5	Hinreichende Bedingungen für ein globales Maximum	75
3.6	Extrema mit Gleichungen als Nebenbedingungen	78
3.6.1	Allgemeines	78
3.6.2	Die Methode der Lagrange Multiplikatoren	79
3.6.3	Hinreichende Bedingungen für ein Maximum	86
3.7	Konvexe Optimierung mit Nebenbedingungen	88
3.7.1	Konvexe Programme	88
3.7.2	Optimaler Konsum unter einer Budgetbeschränkung	90
3.8	Lineare Regression	92
3.9	Gewinnmaximierendes Verhalten einer Firma	97
4.	Differentialgleichungen	101
4.1	Einleitung	101
4.2	Lineare homogene Differentialgleichung erster Ordnung	103
4.3	Lineare inhomogene Differentialgleichung erster Ordnung	106
4.3.1	Lösungsansatz	106
4.3.2	Preisbewegung auf dem Markt	109
4.3.3	Nachfragefunktionen mit konstanter Elastizität	111
4.3.4	Kapitalakkumulation bei exponentiellem Zerfall	112
4.3.5	Kapitalwert und Kassenfluß	113

4.4	Trennung der Variablen	114
4.4.1	Allgemeines	114
4.4.2	Harrod - neutraler technischer Fortschritt	116
4.4.3	Hicks - neutraler technischer Fortschritt	119
4.5	Homogene Differentialgleichungen	120
4.5.1	Lösungsansatz	120
4.5.2	Solow - neutraler technischer Fortschritt	121
4.6	Wachstumsprozesse	122
4.6.1	Wachstum mit konstanter Rate	122
4.6.2	Logistisches Wachstum	124
4.6.3	Organisches Wachstum	127
4.6.4	Allometrisches Wachstum	128
4.6.5	Ausbreitung von technischen Neuerungen	129
4.7	Bernoullische Differentialgleichung	131
4.7.1	Lösungsansatz	131
4.7.2	Differentialgleichung der CES Funktion	132
4.8	Exakte Differentialgleichungen	134
4.8.1	Allgemeines	134
4.8.2	Der integrierende Faktor	139
4.9	Clairaut'sche Differentialgleichung	140
4.9.1	Integration durch Differenzieren	140
4.9.2	Produktionsfunktion mit invarianter Lohn - Preis- beziehung	142
4.10	Existenz- und Eindeutigkeitssatz	143
4.11	Differentialgleichungen zweiter Ordnung	147
4.11.1	Allgemeines	147
4.11.2	Lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung	147
4.11.3	Differentialgleichung der CES Funktion	149
4.11.4	Reduktion der Ordnung einer Differentialgleichung	152
4.12	Systeme von Differentialgleichungen	154
4.12.1	Allgemeines	154
4.12.2	Bestands- und Preisbewegungen auf einem Markt	156

4.13	Systeme von linearen Differentialgleichungen	156
4.13.1	Allgemeines	156
4.13.2	Homogene Systeme	157
4.13.3	Inhomogene Systeme. Variation der Konstanten	159
4.14	Lineare Differentialgleichungssysteme mit konstanten Koeffizienten	160
4.14.1	Allgemeines	160
4.14.2	Die Schwingungsgleichung	163
4.14.3	Konjunkturmodell von Phillips	165
4.15	Das Phasendiagramm	167
4.16	Stabilität	169
4.16.1	Begriff	169
4.16.2	Stabilitätssätze von LIAPUNOV	171
4.16.3	Gradientenmethode in der Quadratischen Optimierung	174
4.17	Partielle Differentialgleichungen	175
4.17.1	Bestimmung der Isoquanten aus den Grenzzraten der Substitution	176
4.17.2	Bestimmung der Isoquanten aus den Nachfragefunktionen nach Faktoren	179
4.17.3	Nutzenfunktionen mit konstanten Budgetanteilen Lineare Ausgabensysteme	181
4.17.4	Additive Nutzenfunktionen	183
4.18	Variationsrechnung	184
4.18.1	Eulersche Gleichung	185
4.18.2	Kürzeste Verbindung von zwei Punkten	187
4.18.3	Freie Randbedingung. Optimale Absatzpolitik	188
4.18.4	Caratheodory Gleichung	189
4.18.5	Fortsetzung der Absatzpolitik	190
4.18.6	Optimale Kapitalakkumulation. Goldene Regel	192
	Literaturverzeichnis	195
	Formelsammlung	196
	Register	219