

Table des matières

AVANT-PROPOS	5
INTRODUCTION	7
L'analyse des notions et de leur ordre de complexité croissante	
L'analyse des tâches scolaires	8
L'analyse des réussites et des erreurs. L'analyse des procédures	9
L'analyse des représentations	
Le plan de ce livre	10
Chapitre I NOTION DE RELATION ET DE CALCUL RELATIONNEL	13
Notion de relation	
- des relations binaires	
- des relations ternaires	14
- des relations quaternaires	
Représentation des relations	15
- représentation des relations binaires	
- représentation des relations ternaires	16
- représentation des relations quaternaires	18
Qu'est-ce qu'un calcul relationnel ?	19
- première forme	20
- deuxième forme	21
Chapitre II PROPRIETES DES RELATIONS BINAIRES	23
Symétrie et antisymétrie	
Transitivité et antitransitivité	25
Réflexivité et antiréflexivité	26
Grandes catégories de relations binaires	27
- les relations d'équivalence	28
- les relations d'ordre strict	
- les relations d'ordre large	
Connexité	30
Une relation d'équivalence particulière, la relation d'égalité	32

Chapitre III	RELATIONS TERNAIRES ET TRANSFORMATIONS RELATIONS QUATERNAIRES CORRESPONDANCES ET APPLICATIONS	35
	Relations ternaires	
	- premier modèle : loi de composition binaire	
	- deuxième modèle : élément, relation-élément, élément	37
	La notion de transformation	
	- cas simple : une seule transformation	39
	- cas plus complexe : plusieurs transformations	40
	Relations quaternaires	45
	Correspondances et applications	47
	- premier cas : correspondance biunivoque	
	- deuxième cas : correspondance bimotoque	
	- troisième cas : correspondance co-univoque	48
	- la notion d'application	
Chapitre IV	RELATIONS ET TACHES SCOLAIRES	51
	Domaines d'étude	
	- l'espace	
	- les propriétés des objets	52
	- relations de parenté	53
	- nombres	
	- variété des domaines utilisables	54
	Analyse des tâches	
	- la représentation	
	- compréhension-extension	55
	- calculs relationnels	57
Chapitre V	CLASSIFICATIONS ET OPERATIONS CLASSIFICATOIRES	61
	Notion de classe et de caractéristique	62
	- notion de propriété et de descripteur	
	- problèmes d'expression	63
	Ressemblance, équivalence et identité	65
	Différence qualitative, ordinale et quantitative	66
	- les descripteurs qualitatifs	
	- les descripteurs ordinaux	67
	- les descripteurs quantitatifs	68
	Opérations et relations : complément, union, intersection, inclusion	69
	- la notion de complément	
	- les notions d'union et d'intersection	71

- la notion d'inclusion	76
Représentation des classifications	78
- la représentation croisée	
- la représentation en treillis	
- la représentation en arbre	79
- la représentation d'Euler-Venn	
Chapitre VI LE NOMBRE ET LA MESURE	81
La suite numérique parlée comme récitation et comme comptage	
Correspondance biunivoque et équivalence entre ensembles	82
Relation d'ordre et relation d'équivalence : le problème du continu et du discret	83
Le nombre comme relation d'équivalence et comme relation d'ordre	86
Le nombre comme mesure	88
L'addition des nombres	90
Chapitre VII LA MESURE : QUELQUES PROBLEMES PRATIQUES ET THEORIQUES	93
Le problème de l'intermédiaire et du mesurant	
L'approximation	96
- les longueurs et les quantités continues	97
- la mesure directe des surfaces et la notion d'encadrement	98
- exemples d'autres mesures directes	101
- la décomposition du mesuré	
Les mesures indirectes et la notion de mesure composée	102
La structure algébrique des mesures	105
Chapitre VIII LA NUMERATION ET LES QUATRE OPERATIONS	109
Nombre et écriture du nombre	
Les exercices et les matériels utilisés pour l'apprentissage de la numération	114
Addition et soustraction	117
- la soustraction	120
Multiplication et division	121
- la division	125
- une disposition intéressante de multiplication	128

Chapitre IX	LES PROBLEMES DE TYPE ADDITIF	131
	Mesures et transformations	
	- nombres naturels et nombres relatifs	132
	- nombres entiers et nombres décimaux	133
	Les six grandes catégories de relations additives	
	Diversité et inégale difficulté des problèmes de type additif	138
	- analyse détaillée des problèmes concernant la deuxième catégorie de relations additives	
	- analyse des problèmes concernant les autres catégories de relations additives	144
Chapitre X	LA NOTION DE GROUPE	151
	Propriétés du groupe	
	Exemples de groupes finis	153
	Loi de composition interne et loi de composition externe : les trois sortes d'additions	159
Chapitre XI	LES PROBLEMES DE TYPE MULTIPLICATIF	161
	Isomorphisme de mesures	
	- analyse détaillée d'un exemple simple	164
	- analyse verticale (scalaire)	167
	- analyse horizontale (fonction)	170
	Produit de mesure	171
	Conclusion sur la notion de dimension	175
	Classes de problèmes de type multiplicatif	177
	- isomorphisme de mesures	
	- cas d'un seul espace de mesures	178
	- produit de mesures	180
Chapitre XII	REPRESENTATION ET SOLUTION DES PROBLEMES ARITHMETIQUES COMPLEXES	181
	Exemple de type additif pur	
	Exemple de type multiplicatif pur	186
	- analyse des informations et des questions plausibles	
	- solutions	188
	- tableaux et courbes	191
	Exemple mixte (multiplicatif et additif)	195

CONCLUSION : LES PROBLEMES FONDAMENTAUX DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES	199
La notion d'homomorphisme et le rôle de la représentation	
La notion d'invariant opératoire	204
- l'objet permanent	206
- invariants relationnels et classificatoires	
- invariants quantitatifs	207
- la notion générale d'invariant opératoire	
La notion d'algorithme et ses dérivés	208
La notion de complexité logique	212
- hiérarchie des différents objets logiques	213
- hiérarchie des différentes propriétés de ces objets logiques	214
- hiérarchie des différentes classes de problèmes	215
Remarque finale	216
BIBLIOGRAPHIE	217