

Inhalt

<i>Vorwort</i>	10
<i>I Zur Einführung</i>	11
1 <i>Aussagen</i>	11
2 <i>Prädikative Aussageformen</i>	13
2.1 <i>Subjekte und Prädikate</i>	13
2.2 <i>Prädikative Aussageformen und Quantoren</i>	14
2.3 <i>Einstellige Prädikate und Mengen</i>	15
2.4 <i>Zweistellige Prädikate und Relationen</i>	15
2.5 <i>Dreistellige Prädikate und zweistellige Verknüpfungen</i> . .	16
<i>II Aussagenlogik</i>	17
1 <i>Zur Aussagenlogik führende Abstraktionen</i>	17
2 <i>Aussagenlogische Verknüpfungen</i>	20
2.1 <i>Die Negation</i>	20
2.2 <i>Die Konjunktion (Und-Verknüpfung)</i>	21
2.3 <i>Die Disjunktion (Oder-Verknüpfung)</i>	23
2.4 <i>Die Alternative (Entweder — oder-Verknüpfung)</i>	24
2.5 <i>Die Subjunktion (Wenn — dann-Verknüpfung)</i>	25
2.6 <i>Die Bijunktion</i>	29
2.7 <i>Überblick über die Wahrheitswertefunktionen mit zwei Variablen</i>	30
2.8 <i>Aussagenlogische Verknüpfungen mit mehr als zwei Variablen</i>	31
2.8.1 <i>Anzahl der möglichen Belegungen</i>	31
2.8.2 <i>Anzahl der Wahrheitswertefunktionen von n Variablen</i> . .	33

3	<i>Gesetze der Aussagenlogik</i>	35
3.1	Aussagenlogische Aussageformen mit mehreren Junktoren	35
3.1.1	Bildung von aussagenlogischen Aussageformen. Verwendung von Klammern	35
3.1.2	Aufstellung von Wahrheitswertetafeln	36
3.2	Tautologien, Kontradiktionen und teiltgültige Aussageformen	37
3.3	Logisch wahre und faktisch wahre Aussagen	39
3.4	Logische Implikation und logische Äquivalenz	41
3.5	Zusammenfassung aussagenlogischer Gesetze	44
3.5.1	Gesetze, in welchen nur die Junktoren \wedge , \vee , \neg auftreten	45
3.5.2	Gesetze, welche die Junktoren \succ , \rightarrow , \leftrightarrow auf die Junktoren \wedge , \vee , \neg zurückführen	48
3.5.3	Aussagenlogische Gesetze über die Subjunktion	50
3.5.4	Aussagenlogische Gesetze über die Bijunktion.	52
3.6	Hinweise zum axiomatischen Aufbau der Aussagenlogik .	53
3.7	Schlußregeln der Aussagenlogik	54
3.7.1	Zum Begriff der logischen Folgerung	54
3.7.2	Der Begriff der gültigen Schlußregel	56
3.7.3	Häufig verwendete Schlußregeln	57
3.7.4	Überprüfung von Schlußregeln auf ihre Gültigkeit. . . .	58
3.7.5	Schlußregeln bei direkten und indirekten Beweisverfahren.	60
	<i>III Quantoren</i>	64
1	<i>Bildung von Aussagen mit Hilfe von Quantoren</i>	64
2	<i>Freie und gebundene Variablen</i>	65
3	<i>Negation von All- und Existenzaussagen</i>	67
4	<i>Hinweis auf die Quantorenlogik</i>	70
	<i>IV Mengen</i>	72
1	<i>Der Begriff der Menge</i>	72
1.1	Einführende Beispiele	72
1.2	Die Elementbeziehung.	73
1.3	Der Mengenaufbauoperator	73

1.4	Zur Problematik des Mengenbegriffs	74
1.5	Prädikative Aussageformen und Grundmengen	77
1.6	Darstellungen von Mengen, Gleichheitszeichen bei Zeichen für Mengen	78
2	<i>Beziehungen zwischen Mengen</i>	82
2.1	Die Teilmengenbeziehung	82
2.1.1	Definition der Teilmengenbeziehung	82
2.1.2	Inhaltliche Implikation zwischen prädikativen Aussageformen	83
2.1.3	Bemerkungen zum Begriff der inhaltlichen Implikation	86
2.2	Die Gleichheitsbeziehung zwischen Mengen	87
2.2.1	Definition der Gleichheitsbeziehung	87
2.2.2	Die inhaltliche Äquivalenz zwischen prädikativen Aussageformen	88
2.3	Die Potenzmenge	89
3	<i>Verknüpfungen von Mengen</i>	90
4	<i>Gesetze der Mengenalgebra</i>	99
4.1	Gesetze, in denen \cap , \cup und $-$ auftreten	99
4.1.1	Zusammenstellung dieser Gesetze	99
4.1.2	Veranschaulichung einiger Gesetze durch Venndiagramme oder Karnaughdiagramme	100
4.1.3	Erläuterungen zu diesen Gesetzen der Mengenalgebra	101
4.2	Gesetze, welche die Operationen Δ und \setminus und die Teilmengenbeziehung \subseteq auf die Operationen \cup , \cap , $-$ zurückführen.	102
4.3	Eigenschaften der Teilmengenbeziehung	103
4.4	Beweise für die Gesetze der Mengenalgebra	103
4.4.1	Beweis der Gesetze der Mengenalgebra mit Hilfe der Gesetze der Aussagenlogik	104
4.4.2	Beweis der Gesetze der Mengenalgebra mit Zugehörigkeitstafeln	105
5	<i>Bemerkungen zu einem axiomatischen Aufbau der Mengenalgebra</i>	108
V	<i>Zweistellige Relationen</i>	114
I	<i>Geordnete Paare, Cartesisches Produkt von Mengen</i>	114

2	<i>Grundlegende Definitionen</i>	120
3	<i>Darstellungen von Relationen</i>	124
4	<i>Operationen mit Relationen</i>	127
4.1	Das Komplement einer Relation	128
4.2	Die Umkehrrelation einer Relation	130
4.3	Verkettung von Relationen	132
5	<i>Eigenschaften von Relationen zwischen Mengen</i>	135
5.1	Sonderfälle hinsichtlich des Vor- und Nachbereiches	135
5.2	Sonderfälle hinsichtlich der Eindeutigkeit	136
5.3	Abbildungen (Funktionen, Operatoren)	138
5.4	Eigenschaften von Abbildungen (Funktionen)	141
6	<i>Eigenschaften von Relationen in einer Menge</i>	145
6.1	Eigenschaften hinsichtlich der Reflexivität	146
6.2	Eigenschaften hinsichtlich der Symmetrie	147
6.3	Transitivität einer Relation	150
6.4	Linearität einer Relation	150
7	<i>Äquivalenzrelationen</i>	152
7.1	Hinführende Beispiele	152
7.2	Äquivalenzrelationen	152
7.3	Äquivalenzklassen	155
8	<i>Ordnungsrelationen</i>	157
8.1	Hassediagramme	158
8.2	Strenge Ordnungen	160
8.3	Lineare Ordnungen	160
8.4	Antisymmetrische Ordnungen	161
8.5	Zusammenfassung zu Abschnitt 8	162
	<i>VI Zweistellige Verknüpfungen als dreistellige Relationen</i>	164
1	<i>Cartesische Produkte und n-stellige Relationen</i>	164
2	<i>Zweistellige Verknüpfungen</i>	168
8		

3	<i>Verknüpfungsgebilde</i>	170
3.1	Halbgruppe, Gruppe	170
3.2	Boolesche Algebra	172
	Lösungen der Übungsaufgaben	175
	Literaturhinweise	186
	Sachverzeichnis	188