

# Inhaltsverzeichnis

|   |           |
|---|-----------|
| Zur Einleitung  | 1         |
| Danksagung  | 1         |
| Zum Umgang mit der Arbeit   | 1         |
| <b>1 Polyeder klassifizieren - eine Herausforderung</b>             | <b>3</b>  |
| 1.1 Der Ansatz der Arbeit   | 3         |
| 1.2 Die Basis der Arbeit  | 3         |
| 1.3 Frühere Klassifikationsansätze                                  | 4         |
| 1.4 Die Eigenschaften der Klassifikation                            | 5         |
| 1.5 Die Ziele der Arbeit  | 6         |
| Fachliche Ziele   | 6         |
| Didaktische Ziele   | 7         |
| 1.6 Polyeder in unserer Umwelt                                      | 9         |
| 1.7 Die Komponenten der Arbeit                                      | 9         |
| Die Definitionen  | 9         |
| Die mathematischen Sätze  | 10        |
| Zusammenhänge zwischen den Eigenschaften                            | 10        |
| Die Klassifikation  | 11        |
| 1.8 Das Bauen von Modellen  | 11        |
| 1.9 Bezeichnungen für Polyeder                                      | 12        |
| <b>2 Flächen, Körperecken und Polyeder</b>                          | <b>13</b> |
| 2.1 Flächen   | 13        |
| 2.2 Körperecken und Polyeder  | 15        |
| 2.3 Konvexe Polyeder  | 17        |
| <b>3 Grundlegende Zusammenhänge</b>                                 | <b>19</b> |
| 3.1 Zusammenhänge bei Flächen und Körperecken                       | 19        |
| Flächen und Körperecken   | 19        |
| Ungleichungen bei Flächen und Körperecken                           | 20        |
| Winkel gleichwinkliger Flächen und Körperecken                      | 22        |
| Berechnung und Winkelsumme von Flächenwinkeln                       | 23        |
| Flächenwinkel bei Körperecken mit gleichen Flächenwinkeln           | 26        |
| Die Kongruenzsätze  | 27        |
| Seiten und Flächenwinkel einer Kante                                | 30        |
| Kanten und Flächenwinkel eines Polyeders                            | 31        |
| Gleichseitige Flächen und gleichwinkliger Körperecken               | 32        |
| Gleichwinkliger Flächen und Körperecken mit gleichen Flächenwinkeln | 36        |
| Zueinander benachbarte Körperecken                                  | 40        |

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 3.2   | Zusammenhänge bei Polyedern   | 43  |
|       | Die Sätze von CAUCHY und EULER  | 43  |
|       | Der Satz von DESCARTES  | 48  |
|       | Polyeder ohne Dreiecke oder dreikantige Körperrecken                  | 50  |
|       | Polyeder aus mindestens Sechsecken oder sechskantigen Körperrecken    | 52  |
|       | Polyeder aus Flächen oder Körperrecken einer Art                      | 54  |
| 4     | Symbole für Flächen und Körperrecken                                  | 58  |
| 5     | Folgerungen aus zwei vorhandenen Eigenschaften                        | 61  |
|       | Folgerung 1a  | 62  |
|       | Folgerung 1b  | 65  |
|       | Folgerung 2a  | 67  |
|       | Folgerung 2b  | 69  |
|       | Folgerung 3a  | 73  |
|       | Folgerung 3b  | 86  |
| 6     | Eine Klassifikation konvexer Polyeder                                 | 99  |
| 6.1   | Polyeder mit einer Eigenschaft  | 100 |
|       | Gleichflächige Polyeder   | 102 |
|       | Gleicheckige Polyeder   | 112 |
|       | Polyeder aus gleichwinkligen Flächen                                  | 120 |
|       | Polyeder mit gleichwinkligen Körperrecken                             | 126 |
|       | Polyeder aus gleichseitigen Flächen                                   | 131 |
|       | Polyeder mit gleichen Flächenwinkeln                                  | 138 |
| 6.2   | Polyeder mit mehreren Eigenschaften                                   | 142 |
| 6.2.1 | Die Gruppierung der selbstanalogen Polyeder                           | 144 |
|       | Platonische Körper  | 144 |
|       | Disphenoide   | 152 |
|       | Polyeder aus gleichwinkligen Flächen mit gleichwinkligen Körperrecken | 157 |
|       | Polyeder aus gleichseitigen Flächen mit gleichen Flächenwinkeln       | 159 |
| 6.2.2 | Die Gruppierung der archimedischen Körper                             | 162 |
|       | Besondere archimedische Körper  | 162 |
|       | Verallgemeinerungen besonderer archimedischer Körper                  | 166 |
|       | Senkrechte Antiprismen mit gleichen Flächenwinkeln                    | 170 |
|       | Archimedische Körper  | 174 |
|       | Verallgemeinerungen archimedischer Körper                             | 193 |

|  |     |
|--|-----|
| 6.2.3 Die Gruppierung der dual-archimedischen Körper . . . . .             | 200 |
| Besondere Rhombensoeder . . . . .  | 200 |
| Verallgemeinerungen besonderer Rhombensoeder . . . . .                     | 204 |
| Rhombensoeder . . . . .  | 206 |
| Dual-archimedische Körper . . . . .  | 211 |
| Verallgemeinerungen dual-archimedischer Körper . . . . .                   | 230 |
| 6.2.4 Die Gruppierung der regulärflächigen Polyeder . . . . .              | 239 |
| Nicht platonische Deltaeder . . . . .                                      | 239 |
| Regulärflächige Polyeder . . . . .   | 250 |
| 6.2.5 Die Gruppierung der reguläreckigen Polyeder . . . . .                | 267 |
| Quader und gleichwinklige Dodekaeder . . . . .                             | 267 |
| Reguläreckige Polyeder . . . . .   | 272 |
| 7 Die Gruppierungen der Polyederklassen im Überblick . . . . .             | 281 |
| Die Gruppierung der selbstanalogen Polyeder . . . . .                      | 282 |
| Die Gruppierung der archimedischen Körper . . . . .                        | 283 |
| Die Gruppierung der dual-archimedischen Körper . . . . .                   | 284 |
| Die Gruppierung der regulärflächigen Polyeder . . . . .                    | 285 |
| Die Gruppierung der reguläreckigen Polyeder . . . . .                      | 286 |
| 8 Die Polyeder im Überblick . . . . .                                      | 287 |
| 8.1 Alle Fälle der Klassifikation im Überblick . . . . .                   | 287 |
| 8.2 Alle dargestellten Polyederklassen und Polyeder im Überblick . . . . . | 291 |
| Literaturverzeichnis . . . . .   | 295 |
| Register . . . . .   | 306 |
| Bestellschein für das <i>effekt-system</i> . . . . .                       | 317 |