

I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

Vorwort	VII
Einleitung: <u>Didaktik der Mathematik</u>	1
Literatur zur Didaktik	12
Kapitel I : <u>Aus der Geschichte der Geometrie</u>	
§ 1 . Vorgriechische und griechische Geometrie	17
§ 2 . Euklids "Elemente"	23
Literatur zu §1 und §2	36
§ 3 . Nichteuklidische Geometrie	38
Literatur zu §3	52
§ 4 . Geometrische Grundlagenforschung und die Stellung der Geometrie in der heutigen Mathematik	54
Literatur zu §4	67
Kapitel II: <u>Die Hilbertschen Axiomgruppen</u>	69
§ 1 . <u>Die Inzidenzaxiome: Inzidenzgeometrie</u>	
1. Grundbegriffe und Axiome	70
2. Einige Folgerungen und Definitionen	71
3. Deutungen	73
4. Inzidenzgebilde	74
5. Isomorphie und mengentheoretische Modelle	77
§ 2 . <u>Das Parallelenaxiom: affine Geometrie</u>	
1. Affine Ebene, affiner Raum	79
2. Parallelitätsbegriffe	80
3. Beispiele affiner Ebenen	81
4. Sätze über affine Ebenen	86
§ 3 . <u>Projektive Inzidenzgebilde</u>	
1. Einführung der projektiven Ebene	91
2. Modelle und Anzahlaussagen	95
3. Bemerkungen zum Raum	97
§ 4 . <u>Anordnung</u>	
1. Ordnungs- und Zwischenrelation	98
2. Hilberts Anordnungsaxiome	99
3. Definitionen und Kennzeichnungen mit Hilfe von z	103
4. Halbgeraden, Halbebenen, Halbräume	105
5. Orientierung	110
6. Winkel	116

7. Angeordnete affine Inzidenzgebilde	117
8. Zyklische Ordnung in projektiven Inzidenzgebilden	122
§ 5 . Kongruenz	
1. Kongruenzaxiome	126
2. Einige Folgerungen aus den Kongruenzaxiomen	129
§ 6 . Maximalität, Vollständigkeit, Stetigkeit	
1. Die Axiomgruppe (V)	132
2. Maximalität	134
Literatur zu Kapitel II	137

Kapitel III: Bewegungsgeometrie

§ 1 . Ersetzung der Kongruenzaxiome durch Abbildungsaxiome	
1. Bewegungen von Automorphismen	138
2. (I)(II) - Räume mit freier Beweglichkeit	140
§ 2 . Hauptsatz über die freie Beweglichkeit	
1. Bewegen von Bewegungen	141
2. Orthogonalität	143
§ 3 . Kongruenz als abgeleiteter Begriff	146
§ 4 . Beschränkung auf die Ebene	149
§ 5 . Untersuchung der ebenen Bewegungsgruppen	
1. Drehungen, Schiebungen	152
2. Der Satz von den drei Spiegelungen	153
3. Punktspiegelungen	155
4. Drehungs- und Schiebungsgruppen	156
5. Punktspiegelungen und Parallelität	157
6. Schubspiegelungen	159
7. Eigentliche Bewegungen	161
8. Transitivitätseigenschaften	164
Literatur zu Kapitel III	167

Kapitel IV : Algebraisierung

§ 1 . Die Parallelismen eines affinen Raumes	
1. Vorbemerkungen	168
2. Parallelismen	168
3. Bemerkungen zur Existenz von Parallelismen	172
4. Gruppen von Parallelismen	172
§ 2 . Transitivität und Desarguessche Sätze	
1. Transitivitätsaussagen	174

	2. Desarguessche Sätze und Transitivitäts- aussagen	174
	3. Gültigkeit der Desarguesschen Sätze	177
§ 3	. Der Vektorraum der Translationen	
	1. Der Endomorphismenring eines Moduls	179
	2. Der Skalarschiefkörper der Vektormoduls	181
§ 5	. Einführung von Koordinaten und lineare Ab- bildungen	
	1. Einführung von Koordinaten	184
§ 6	. Der Satz von Pappos - Pascal	
	1. Kommutativität und der Satz von Pappos Pascal	186
	2. Logische Zusammenhänge zwischen "Desargues" und "Pappos-Pascal"	187
	3. Der "Pappos-Pascal" im euklidischen Raum	190
§ 7	. Anordnung der Skalare	
	1. Anordnungstreue der Parallelismen	193
	2. Angeordnete Translationsgruppen	196
	3. Anordnung des Skalarschiefkörpers	198
	4. Archimedische Anordnung, Maximalität	200
§ 8	. Lineare Abbildungen	201
§ 9	. Euklidische Räume und Skalarprodukt	
	1. Metrische Vektorräume	203
	2. Der Satz von Pythagoras	206
§ 10	. Analytische Geometrie	
	1. Orthonormalbasen	207
	2. Spiegelungsgleichungen	208
	3. Euklidischer Raum zu gegebenem angeord- neten pythagoreischen Körper	209
	Literatur zu Kapitel IV	212
Kapitel V	: <u>Fragen des Geometrieunterrichts</u>	
§ 1	. Zielsetzungen des Geometrieunterrichts	212
§ 2	. Synthetische Geometrie der Unter- und Mit- teilstufe	
	1. Zur Propädeutik	216
	2. Der Mittelstufenunterricht	218
§ 3	. Affine Geometrie. Geometrie und Zahlen	220
§ 4	. Explizite Verwendung der Zahlen	226
§ 5	. Metrische Geometrie, Skalarprodukt	234
§ 6	. Geometrie in der Oberstufe	236
	Literatur zu Kapitel V	237
	Sachverzeichnis	241
	Berichtigungen	250