

# INHALT

## Kapitel 1: Von den Zahlen und dem Zählen

1. Zahlensymbole und Zahlensysteme . . . . .	13
<i>Römische Zahlen</i> . . . . .	14
<i>Die Zahl Null</i> . . . . .	16
<i>Das Zehnersystem (dekadisches System)</i> . . . . .	16
<i>Andere Stellenwertsysteme</i> . . . . .	17
2. Die Menge der natürlichen Zahlen . . . . .	22
<i>Der Mengenbegriff</i> . . . . .	22
<i>Vereinigungsmenge und Schnittmenge</i> . . . . .	29
<i>Eigenschaften der natürlichen Zahlen</i> . . . . .	34
<i>Ergänzende Betrachtungen zur Mengenlehre</i> . . . . .	38
<i>Darstellung großer Zahlen</i> . . . . .	41
3. Vom Zählen und Addieren. . . . .	43
<i>Wir zählen zusammen</i> . . . . .	43
<i>Rechenkontrolle der Addition</i> . . . . .	48
<i>Die Subtraktion als Umkehrung der Addition</i> . . . . .	49
<i>Rechenprobe der Subtraktion</i> . . . . .	55
4. Negative Zahlen . . . . .	56
<i>Wir lernen neue Zahlen kennen</i> . . . . .	56
<i>Entgegengesetzte Zahlen</i> . . . . .	58
<i>Addition und Subtraktion mit negativen Zahlen</i> . . . . .	60
<i>Regeln zur Erleichterung des Kopfrechnens</i> . . . . .	62
5. Wir multiplizieren . . . . .	62
<i>Die Produktmenge</i> . . . . .	62
<i>Schriftliche Multiplikationen</i> . . . . .	66
<i>Besondere Multiplikationen</i> . . . . .	69
<i>Rechnen mit Potenzen</i> . . . . .	72

6. Die Division als Umkehrung der Multiplikation . . . . .	79
<i>Auch bei der Division ist die Menge mit im Spiel</i> . . . . .	79
<i>Schriftliche Division.</i> . . . . .	82
<i>Rechnen mit speziellen Zahlen</i> . . . . .	85
7. Rechenproben der Multiplikation und Division . . . . .	87
<i>Die Multiplikationsmethode</i> . . . . .	87
<i>Die Neunerprobe</i> . . . . .	88
<i>Elferprobe</i> . . . . .	93
<i>Bemerkungen über das Kopfrechnen</i> . . . . .	96
8. Teilbarkeit der Zahlen . . . . .	97
<i>Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen</i> . . . . .	97
<i>Größter gemeinsamer Teiler</i> . . . . .	101
<i>Kleinstes gemeinsames Vielfaches</i> . . . . .	105
9. Das Rechnen mit Brüchen . . . . .	109
<i>Es gibt auch Divisionen, die nicht aufgehen</i> . . . . .	109
<i>Kürzen und Erweitern von Brüchen</i> . . . . .	111
<i>Gemischte Zahlen.</i> . . . . .	115
<i>Addition von Brüchen</i> . . . . .	115
<i>Subtraktion von Brüchen.</i> . . . . .	118
<i>Multiplikation von Brüchen.</i> . . . . .	120
<i>Division von Brüchen</i> . . . . .	124
<i>Potenzen mit negativen Hochzahlen</i> . . . . .	127
10. Dezimalzahlen . . . . .	130
<i>Eine neue Art von Brüchen</i> . . . . .	130
<i>Addition von Dezimalzahlen</i> . . . . .	136
<i>Subtraktion von Dezimalzahlen</i> . . . . .	137
<i>Multiplikation von Dezimalzahlen</i> . . . . .	138
<i>Division von Dezimalzahlen</i> . . . . .	149
11. Beziehungen zwischen Brüchen und Dezimalzahlen . . . . .	159
<i>Umwandlung eines Bruches in eine Dezimalzahl</i> . . . . .	159
<i>Umwandlung von Dezimalzahlen in Brüche</i> . . . . .	163
<i>Rationale Zahlen</i> . . . . .	165

## Kapitel 2: Allgemeine Zahlensymbole in der Arithmetik

1. Allgemeine Zahlensymbole . . . . .	170
<i>Darstellung der Grundrechenarten</i> . . . . .	171
<i>Bedeutung des Gleichheitszeichens</i> . . . . .	172

<i>Grundsätze der Arithmetik</i> . . . . .	173
<i>Die vollständige Induktion</i> . . . . .	176
2. Einiges mehr über die Mengenlehre . . . . .	178
<i>Bezeichnung von Mengen</i> . . . . .	178
<i>Die Vereinigungsmenge</i> . . . . .	181
<i>Die Schnittmenge</i> . . . . .	183
<i>Der Begriff der Äquivalenz</i> . . . . .	185
<i>Kardinalzahlen</i> . . . . .	188
3. Was beim Rechnen mit allgemeinen Zahlensymbolen zu beachten ist . . . . .	188
<i>Klammern</i> . . . . .	188
<i>Identitäten mit allgemeinen Zahlensymbolen</i> . . . . .	191
<i>Addition und Subtraktion mit allgemeinen Zahlensymbolen</i> . . . . .	193
<i>Multiplikation mit allgemeinen Zahlensymbolen und ihre Anwendung auf Potenzen</i> . . . . .	193
<i>Multiplikation mit Binomen</i> . . . . .	199
<i>Divisionen mit allgemeinen Zahlensymbolen</i> . . . . .	208
<i>Proportionen</i> . . . . .	211
<i>Das Arithmetische Mittel</i> . . . . .	213
<i>Die arithmetische und geometrische Reihe</i> . . . . .	215

### Kapitel 3: Das Lösen von Gleichungen

1. Gleichungen ersten Grades mit mehreren Unbekannten . . . . .	223
<i>Eine Gleichung mit einer Unbekannten</i> . . . . .	224
<i>Eine Gleichung mit zwei Unbekannten</i> . . . . .	234
<i>Zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten</i> . . . . .	235
<i>Gleichungssysteme mit drei Unbekannten</i> . . . . .	249
2. Determinanten . . . . .	255
<i>Determinanten zweiter Ordnung</i> . . . . .	255
<i>Determinanten höherer Ordnung</i> . . . . .	267
<i>Regeln für das Rechnen mit Determinanten</i> . . . . .	281
3. Der Wurzelbegriff . . . . .	298
<i>Allgemeine Betrachtungen</i> . . . . .	298
<i>Regeln für das Rechnen mit Wurzeln</i> . . . . .	302
<i>Berechnung von Quadratwurzeln</i> . . . . .	308
<i>Die quadratische Gleichung</i> . . . . .	315
4. Gleichungen höheren Grades . . . . .	321
<i>Über das Wesen von Gleichungen</i> . . . . .	321

<i>Exponentialgleichung (Logarithmen)</i> . . . . .	323
<i>Multiplikation und Division mit Logarithmen</i> . . . . .	333
<i>Potenzieren und Radizieren mit Logarithmen</i> . . . . .	337
<i>Lösung der Exponentialgleichung</i> . . . . .	341
<i>Elementare Beispiele nichtlinearer Gleichungssysteme.</i> . . . . .	343
<b>5. Der Rechenstab</b> . . . . .	349
<i>Die Skalen eines Rechenstabes</i> . . . . .	349
<i>Multiplikation mit dem Rechenstab</i> . . . . .	352
<i>Division mit dem Rechenstab</i> . . . . .	354
<i>Kombinierte Multiplikation und Division</i> . . . . .	354
<i>Wurzeln und Potenzen.</i> . . . . .	357
<i>Dekadische Logarithmen.</i> . . . . .	358
<i>Berechnungen am Kreis</i> . . . . .	358
<i>Zweiseitenrechenschieber.</i> . . . . .	359
<i>Die versetzten Skalen</i> . . . . .	364
<i>Kombiniertes Rechnen.</i> . . . . .	365
<i>Die Exponentialskalen.</i> . . . . .	368
<b>6. Wir rechnen mit Proportionen (Verhältnisgleichungen).</b> . . . . .	369
<i>Textaufgaben sind gar nicht so schwer</i> . . . . .	369
<i>Indexzahlen</i> . . . . .	382
<i>Verteilungsrechnung.</i> . . . . .	384
<i>Mischungsrechnung</i> . . . . .	386
<i>Arbeit und Leistung</i> . . . . .	388
<b>7. Prozent- und Promillerechnung</b> . . . . .	392
<i>Grundlegende Beispiele</i> . . . . .	395
<i>Praktische Beispiele aus dem Geschäftsleben</i> . . . . .	397
<i>Der Grundwert ist gesucht</i> . . . . .	402
<i>Gewinn- und Verlustrechnung</i> . . . . .	403
<i>Berechnungen mit zusammengesetzten Prozenten</i> . . . . .	408
<b>8. Permutationen, Variationen und Kombinationen</b> . . . . .	411
<i>Permutationen</i> . . . . .	412
<i>Variationen</i> . . . . .	415
<i>Kombinationen</i> . . . . .	416
<i>Der Begriff der Wahrscheinlichkeit</i> . . . . .	418
<b>9. Abschließende Bemerkungen über das Wesen der Zahlen</b> . . . . .	422

## Kapitel 4: Elementare Geometrie

<b>1. Die Elemente der ebenen Geometrie.</b> . . . . .	425
<i>Linien und Winkel</i> . . . . .	426

<i>Die Größe eines Winkels</i> . . . . .	431
<i>Kreis und Gerade</i> . . . . .	436
2. Vom Dreieck und Viereck . . . . .	437
<i>Ähnliche Dreiecke</i> . . . . .	441
<i>Kongruente Dreiecke</i> . . . . .	444
<i>Vierecke</i> . . . . .	446
<i>Kreis und Vieleck</i> . . . . .	448
3. Geometrische Konstruktionen . . . . .	450
<i>Grundkonstruktionen</i> . . . . .	450
<i>Der geometrische Ort (Ortslinien)</i> . . . . .	451
<i>Konstruktion von Vielecken</i> . . . . .	460
4. Berechnung geometrischer Figuren . . . . .	464
<i>Das rechtwinklige Dreieck</i> . . . . .	464
<i>Kreis und Winkel</i> . . . . .	467
<i>Flächenberechnung</i> . . . . .	469
<i>Rauminhalt von Körpern</i> . . . . .	473
5. Zeichnerische Darstellung von Funktionen . . . . .	475
<i>Das Koordinatensystem</i> . . . . .	475
<i>Die trigonometrischen Funktionen</i> . . . . .	479
<i>Bilder der Funktionen (Graphen)</i> . . . . .	497
<i>Lineare Interpolation</i> . . . . .	507
<i>Schlußbemerkungen</i> . . . . .	513
<i>Lösungen der Beispiele zur Übung</i> . . . . .	517
<i>Mathematische Tafeln</i> . . . . .	525
<i>Stichwortverzeichnis</i> . . . . .	557