

# Inhaltsverzeichnis

**Vorwort** 7

**0. Abzählende Kombinatorik** 9

0.1. Die Mengensprache 9

0.2. Grundregeln der abzählenden Kombinatorik 11

0.3. Anwendungen der Zählregeln 12

0.3.1. Permutationen 12

0.3.2. Die Potenzmenge 13

0.3.3. Die  $s$ -Teilmengen einer  $n$ -Menge 13

0.3.4. Stichproben 16

0.3.5. Die Siebformel (Ein- und Ausschaltregel) 17

**1. Diskrete Wahrscheinlichkeitsräume** 20

1.1. Glücksräder 20

1.2. Was ist Stochastik? 22

1.3. Die Pfadregeln 23

1.4. Nachtrag 29

**2. Grundaufgaben der Statistik** 32

**3. Klassische Wahrscheinlichkeitsprobleme** 36

3.1. Ein Paradigma 36

3.2. Ein Problem aus der Antike 36

3.3. Cardano und Galilei 37

3.4. Die erste Aufgabe des Chevalier de Méré 38

3.5. Das Rosinenproblem 39

3.6. Das Geburtstagsproblem 39

3.7. Der Präsident und der Fernsehreporter 40

<b>4. Zufallsvariablen</b>	<b>44</b>
4.1. Definitionen und Beispiele	44
4.2. Unabhängige Zufallsvariablen	54
4.2.1. Weitere Anwendungen von Indikatoren	56
4.3. Die Varianz einer Zufallsvariablen	57
4.4. Eine nützliche Formel	62
<b>5. Die Mittelwertsregeln</b>	<b>65</b>
<b>6. Die Binomialverteilung</b>	<b>74</b>
6.1. Herleitung und Beispiele	74
6.2. Testen von Hypothesen bei der Binomialverteilung	82
6.3. Fehler 1. und 2. Art	85
6.4. Ein Vertrauensintervall für $p$	90
6.5. Die wahrscheinlichste Anzahl von Erfolgen	92
<b>7. Die hypergeometrische Verteilung</b>	<b>93</b>
7.1. Herleitung und Beispiele	93
7.2. Vierfeldertafel. Fishers exakter Test	97
<b>8. Der <math>\chi^2</math>-Test</b>	<b>103</b>
8.1. Der $\chi^2$ -Anpassungstest	103
8.2. Der $\chi^2$ -Unabhängigkeitstest bei der Vierfeldertafel	105
8.3. Der $\chi^2$ -Unabhängigkeitstest bei der $z \times s$ -Tafel	106
8.4. Eine exakte Berechnung	108
<b>9. Seltene Ereignisse. Die Poisson-Verteilung</b>	<b>111</b>
<b>10. Die Exponentialverteilung</b>	<b>116</b>
<b>11. Zufallsziffern und Zufallszahlen</b>	<b>118</b>
11.1. Eigenschaften der Zufallsziffern	118

- 11.2. Testen von Zufallsziffern 118
- 11.3. Zufallsauswahl 120
- 11.4. Simulation 120
- 11.5. Zufallsziffern mit dem Computer 123
- 11.6. Zufallspermutationen und Zufallsstichproben mit dem Computer 127

## **12. Die Normalverteilung 129**

- 12.1. Definition der Normalverteilung 129
- 12.2. Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung 131
- 12.3. Anwendungen der Normalverteilung 135
  - 12.3.1. Bestimmung des Umfangs einer Stichprobe 135
  - 12.3.2. Vertrauensintervalle für  $p$  137
  - 12.3.3. Normalverteilung und  $\chi^2$ -Test mit einem Freiheitsgrad 140
  - 12.3.4. Vergleich zweier Wahrscheinlichkeiten 141
  - 12.3.5. Statistik der Geburten 145

## **13. Bedingte Wahrscheinlichkeiten 148**

- 13.1. Definitionen und Beispiele 148
- 13.2. Die Formel von Bayes 152
- 13.3. Wie bekommt man Antworten auf heikle Fragen? 156
- 13.4. Der Fall Collins 159

## **14. Datenanalyse, Robustheit und nichtparametrische Methoden 161**

- 14.1. Stengel-und-Blatt-Bild 161
- 14.2. Robuste Lage- und Streumaße 163
- 14.3. Der Vorzeichen-Rangtest von Wilcoxon 166
  - 14.3.1. Permutationstest für verbundene Paare (matched pairs) 170
- 14.4. Der Zweistichproben-Test von Wilcoxon-Mann-Whitney 175
- 14.5. Die Bootstrap-Methode 183

## **15. Korrelation und Regression 187**

- 15.1. Kendalls T 187
- 15.2. Der Korrelationskoeffizient  $r$  194
- 15.3. Die Methode der kleinsten Quadrate. Regressionsgerade 199

## **16. Fixpunkte einer Permutation 203**

**17. Tschebyschew-Ungleichung und Gesetze der großen Zahlen** 206

**18. Anhang** 210

**Lösungen der Aufgaben** 217

**Literaturverzeichnis** 251

**Stichwortverzeichnis** 252