

# Inhalt

<i>Vorwort</i> . . . . .	5
<i>1. Zum Unterrichtsgegenstand Geometrie</i> . . . . .	11
1.1 Mathematik als streng apriorische Wissenschaft . . . . .	12
1.2 Geometrie als Theorie des Raumes . . . . .	13
1.3 Mathematik als allgemeine und abstrakte Disziplin . . . . .	15
1.4 Geometrie als Vorrat für Modelle . . . . .	16
1.5 Mathematik als maximal objektivierter Wissensbereich . . . . .	16
1.6 Geometrie als Betätigungsfeld für heuristische Aktivitäten . . . . .	17
1.7 Mathematik als begrifflicher Wissensbestand . . . . .	18
1.8 Mathematik als Vorrat für Handlungsanweisungen . . . . .	19
1.9 Mathematik als Bereich autonomen Verhaltens . . . . .	20
1.10 Mathematik als Bereich streng reglementierten Verhaltens . . . . .	21
<i>2. Unterrichtsziele</i> . . . . .	22
2.1 Zum didaktischen Ort der Frage nach Unterrichts-, Lern- und Bildungszielen . . . . .	22
2.2 Die Ermittlung und Formulierung von Unterrichtszielen . . . . .	23
2.3 Kataloge von Unterrichtszielen; die Systematisierung von Unterrichtszielen . . . . .	25
2.3.1 Dichotome Klassifizierungen von Unterrichtszielen . . . . .	25
2.3.2 Psychische Funktionsbereiche als Gliederungsgesichtspunkt . . . . .	27
2.3.3 Der Grad der Komplexität als Gliederungsgesichtspunkt . . . . .	28
2.3.3.1 Die Taxonomie von B. S. Bloom . . . . .	28
2.3.3.2 Die Taxonomie von J. W. Wilson . . . . .	29
2.3.3.3 Zur Bewertung von Lernzieltaxonomien . . . . .	30
2.3.4 Die Reichweite als Gliederungsgesichtspunkt . . . . .	31
2.3.4.1 Der Katalog von H. Lenné . . . . .	31
2.3.4.2 Zum Transfer . . . . .	33
2.3.4.3 Der Katalog von H. Winter . . . . .	35
2.3.4.4 Langfristigkeit des Erwerbs kognitiver Strategien . . . . .	36
2.3.5 Der zeitliche Bedarf als Gliederungsgesichtspunkt . . . . .	37
2.4 Das Problem der Bewertung von Unterrichtszielen . . . . .	38
2.5 Anschauungsvermögen, Raumvorstellung als Ziel des geometrischen Unterrichts . . . . .	39
2.5.1 Zur Erfassung mathematischer Fähigkeiten . . . . .	39
2.5.2 Anschauungsvermögen, Raumvorstellung in deskriptiven Ansätzen . . . . .	40
2.5.2.1 Die Abgrenzung von Vorstellungen gegen Wahrnehmungen . . . . .	41
2.5.2.2 Die Abgrenzung von Vorstellungen gegen Denken . . . . .	43
2.5.3 Raumvorstellung in faktorenanalytischen Untersuchungen . . . . .	45
2.5.3.1 Der faktorenanalytische Ansatz . . . . .	45
2.5.3.2 Unterfaktoren des Faktors Raumvorstellung . . . . .	47
2.5.3.3 Zur Abhängigkeit des Faktors Raumvorstellung von anderen Variablen . . . . .	48
2.5.4 Zur didaktischen Funktion von Anschauungsvermögen und Raumvorstellung . . . . .	49
<i>3. Unterrichtsinhalte</i> . . . . .	51
3.1 Die Fülle der Einzelinhalte und die Notwendigkeit der Auswahl . . . . .	51

3.2 Die Mathematik im Kanon der Schulfächer . . . . .	52
3.3 Ein Überblick über inhaltliche Bereiche der Geometrie . . . . .	55
3.4 Gesichtspunkte zur Auswahl von Unterrichtsgegenständen . . . . .	57
3.4.1 Bereichsneutrale Gesichtspunkte für die Auswahl von Unterrichtsgegenständen . . . . .	58
3.4.1.1 Der Katalog von H. Bauersfeld . . . . .	58
3.4.1.2 Der Katalog von H. Winter . . . . .	61
3.4.1.3 Auswahlgesichtspunkte im Gefüge anderer didaktischer »Strukturmomente« . . . . .	62
3.4.2 Mathematikspezifische Gesichtspunkte zur Auswahl von Unterrichtsgegenständen . . . . .	63
3.4.2.1 Funktionsziele des mathematischen Unterrichts (M. Wagenschein) . . . . .	64
3.4.2.2 Grundlegende geistige Erfahrungen (A. I. Wittenberg) . . . . .	65
3.4.2.3 Bildungswerte der Mathematik (H. Scholz) . . . . .	66
3.4.2.4 Geistige Gehalte, Ideen der Mathematik (W. Jung) . . . . .	67
3.4.3 Die Geometrie als repräsentatives Teilgebiet der Mathematik . . . . .	68
3.5 Das Verhältnis des explizite behandelten Unterrichtsinhalts zu dem von ihm repräsentierten »Allgemeinen« . . . . .	70
3.5.1 Das Problem der »exemplarischen Repräsentation« . . . . .	70
3.5.2 Formen und Prinzipien exemplarischer Repräsentation bei W. Klafki und H. Scheuerl . . . . .	71
3.5.2.1 Exemplar, Exempel (das Exemplarische) . . . . .	71
3.5.2.2 Typus (das Typische) . . . . .	74
3.5.2.3 Einfacher Fall, reiner Fall, typischer Fall . . . . .	75
3.5.2.4 Analogie . . . . .	76
3.5.2.5 Modell . . . . .	78
3.5.2.6 Muster, einfache Zweckformen . . . . .	80
3.5.2.7 Symbol . . . . .	81
3.5.3 Verwendungsarten und Funktion von Beispielen . . . . .	83
3.6 Besondere an Inhalte gebundene Kategorien des geometrischen Unterrichts . . . . .	87
3.6.1 Beispiel: Beweisen, Begründen, Argumentieren . . . . .	88
3.6.2 Im Unterricht mögliche Vorformen des strengen Beweisens . . . . .	90
3.6.2.1 Ausweitung des inhaltlichen Bereichs . . . . .	91
3.6.2.2 Einbeziehung verschiedener »Repräsentationsformen« . . . . .	93
3.6.2.3 Reduktion der fachlichen Strenge . . . . .	96
3.6.2.4 Teilaktivitäten des Beweisens und Beweisaktivitäten . . . . .	98
3.6.2.5 Reduktion des Umfangs eines mathematischen Gebietes . . . . .	100
3.6.2.5.1 Lokales Ordnen . . . . .	101
3.6.2.5.2 Themenkreismethode . . . . .	106
3.6.2.5.3 Inzidenzgeometrie . . . . .	108
3.6.3 Phasen beim Finden und Wiedergeben von Beweisen . . . . .	109
3.6.3.1 Erste Phase: Erleben und Erfassen der Denkfrage . . . . .	111
3.6.3.2 Zweite Phase: Begriffliche und methodische Entfaltung des Problems . . . . .	112
3.6.3.2.1 Interne Hilfen . . . . .	112
3.6.3.2.2 Externe Hilfen . . . . .	113
3.6.3.2.2.1 Externe Hilfen technischer Art . . . . .	113
3.6.3.2.2.2 Externe Hilfen formaler Art . . . . .	114
3.6.3.2.2.3 Externe Hilfen inhaltlicher Art . . . . .	115
3.6.3.3 Dritte Phase: Lösungseinfall . . . . .	117
3.6.3.4 Vierte Phase: Kritische Ausarbeitung der Lösungsidee . . . . .	118

4. (Aus-)Bildungsformen . . . . .	120
4.1 Globale Stofforganisation in Lehrgängen . . . . .	120
4.1.1 Geometrische Inhalte innerhalb des mathematischen Lehrgangs . . . . .	121
4.1.2 Allgemeines über Lehrgangsformen . . . . .	123
4.1.3 Fachsystematisch orientierte Lehrgänge . . . . .	124
4.1.3.1 Kennzeichnung fachsystematisch orientierter Lehrgänge . . . . .	124
4.1.3.2 Hintergrundtheorien und ihr Verhältnis zu geometrischen Schulkursen . . . . .	125
4.1.3.3 Typisierung von Hintergrundtheorien . . . . .	127
4.1.4 Problemorientierte Lehrgänge . . . . .	129
4.1.4.1 Zur Kennzeichnung problemorientierter Lehrgänge . . . . .	129
4.1.4.2 Thematisches Vorgehen bei A. I. Wittenberg und M. Wagenschein . . . . .	130
4.1.4.3 Bewertung von fachsystematisch orientierten und problemorientierten Lehrgängen	131
4.1.4.4 Möglichkeiten einer Kombination der fachsystematischen Lehrgangsform mit Elementen problemorientierter Lehrgänge . . . . .	132
4.1.5 Qualifikationsorientierte Lehrgänge . . . . .	133
4.1.6 Entwicklungspsychologisch orientierte Lehrgänge . . . . .	135
4.1.6.1 Zur Bedeutung entwicklungspsychologischer Erkenntnisse für die Konstruktion von Lehrgängen . . . . .	135
4.1.6.2 Die Bedeutung des »biogenetischen Gesetzes« für die Konstruktion von Lehr- gängen . . . . .	137
4.2 Lokale (Aus-)Bildungsformen . . . . .	139
4.2.1 Einstieg (Hinführung zum Thema) . . . . .	139
4.2.1.1 Zur Motivation . . . . .	140
4.2.1.2 Arten von Einstiegen . . . . .	142
4.2.2 Anordnung der Teile eines (komplexen) Unterrichtsgegenstandes . . . . .	146
4.2.2.1 Ganzheitlich-analysierendes oder elementenhaft-aufbauendes Vorgehen . . . . .	147
4.2.2.2 Getrennte Behandlung verwandter Begriffe und Verfahren oder »operative Ge- samtbehandlung« einer mathematischen Einheit . . . . .	149
4.2.3 Gesichtspunkte bei der Begriffsfestlegung . . . . .	151
4.2.3.1 Häufigkeit des Vorkommens von Begriffen . . . . .	152
4.2.3.2 Einheitlichkeit der Begriffsfestlegung bei analogen Gegenständen . . . . .	153
4.2.3.3 Das »Verpacken« von Axiomatik in geometrische Begriffe . . . . .	154
4.2.3.4 Auswirkungen auf spätere Inhalte . . . . .	155
4.2.3.5 Die Bevorzugung von Fremdwörtern gegenüber umgangssprachlichen Bezeich- nungen mit »störender« Bedeutung . . . . .	160
5. (Aus-)Bildungsmittel . . . . .	161
5.1 Reale Objekte . . . . .	162
5.2 Mechanische Modelle . . . . .	163
5.3 Der Film . . . . .	165
5.4 Folie und Foliensatz für den Tageslichtprojektor . . . . .	166
5.5 Schulbuch und Unterrichtswerk . . . . .	167
5.6 Unterrichtsprogramme . . . . .	170
5.7 Originaltexte, Quellen, Zitate . . . . .	171
6. Vor- und Nachbereitung von Unterricht . . . . .	173
6.1 Allgemeine Vorbemerkungen . . . . .	173
6.2 Mittelfristige (und längerfristige) Planung von Unterricht . . . . .	174

6.3 Vorbereitung einer Unterrichtsstunde . . . . .	176
6.4 Verlaufsplan für die Unterrichtsstunde . . . . .	182
6.5 Fragen für eine Unterrichtsnachbesinnung . . . . .	184
<i>Literatur</i> . . . . .	186
<i>Namenverzeichnis</i> . . . . .	195
<i>Sachverzeichnis</i> . . . . .	196