

## Inhalt

### Vorbemerkung

#### 1. Das Problem des Beweisens in der gegenwärtigen didaktischen Diskussion

- ⊗ 1.1. Einleitung 13
- ⊗ 1.2. Beweisen als Argumentation 15
- 1.3. Der Zusammenhang von Intuition und Deduktion und das Problem des Beweismiveaus 20
- ⊗ 1.4. Beweise lernen vs. Beweisen lernen 32
- 1.5. Literatur zum Beweisen im Mathematikunterricht 38

#### 2. Verallgemeinerung als Merkmal des wissenschaftlichen Wissens

- 2.1. Einleitung 41
- 2.2. Beispiele von Verallgemeinerung in verschiedenen Wissenschaften 43
- 2.3. Verallgemeinerung und Gegenbeispiel – zum Beweis des Eulerschen Polyedersatzes 49
- 2.4. Verallgemeinerung in der Geometrie 55
- 2.5. Wissenschaftstheoretische und kommunikative Aspekte der Verallgemeinerung 60

#### 3. Zur Bedeutung der mathematischen Sprache für das Beweisen

- 3.1. Einleitung 63
- 3.2. Natürliche Sprache und Sprache der Mathematik 64
- 3.3. Zur Bedeutung des Variablenbegriffs für das Beweisen 70
- 3.4. Zum Verhältnis von Definitionen und Beweisen 76

#### ⊗ 4. Beweisen und Modell in der Schulmathematik

- 4.1. Einleitung 81
- 4.2. Modelle als Bereich mathematischer Tätigkeit 83
- 4.3. Geometrische Modellierungen 88
- 4.4. Algebraische Modellierungen 94
- 4.5. Das Problem der Koordination verschiedener Modelle des Zahlbegriffs 99

## 5. Messen und Beweisen

- 5.1. Einleitung 105
- 5.2. Zum Begriff des Messens 105
- 5.3. Zur Beziehung von Messen und Beweisen in der Geometrie 109
- 5.4. Flächenmessung und Polygonen 113
- 5.5. Geometrische Begriffe vs. algebraische Formeln 117

## 6. Beweisen in der Schulmathematik

- 6.1. Einleitung 135
- 6.2. Das Problem der Beweiswürdigkeit mathematischer Sätze 136
- 6.3. Das Problem der Entwicklung des Beweisverständnisses 143
- 6.4. Beweisaufgaben und Beweisanalyse 146
- 6.5. Beweis als Text vs. Beweisen als Tätigkeit - zum Problem des Zusammenhangs von Wissen und Tätigkeit 155

## 7. Tips und Regeln 163

### Anhang

Beispiele zum Zusammenhang von Messen und Beweisen in der Sekundarstufe I anhang von Flächeninhaltsbestimmungen  
Fallstudie von B. Knobloch und W. Schlesinger

#### 1. Einleitung: Ziele der Fallstudie 169

#### 2. Didaktische Analyse

##### 2.1. Das Vorverständnis der Schüler von Flächeninhalten und Möglichkeiten seiner Entwicklung 173

##### 2.2. Bemerkungen zum Beweisen 176

###### 2.2.1. Messen und Vermuten unter dem Gesichtspunkt des lokalen Ordners 176

- 2.2.2. Messen als Lieferant von Beweisideen und Lehrsätzen 180
- 2.2.3. Algebra vervollständigt Messen 181
- 2.2.4. Das zirkuläre Verhältnis von Geometrie und Algebra 183
- 2.3. Bemerkungen zum Größenbegriff 187
  - 2.3.1. Funktionsaspekt und Klassenaspekt bei Größen 187
  - 2.3.2. Flächengrößen und Multiplikation von Längengrößen 188
- 2.4. Verschiedene Zugänge zu Flächeninhaltsberechnungen von n-Ecken in Sekundarstufe 1 190
  - 2.4.1. Mögliche Inhaltssequenzen 190
  - 2.4.2. Algebraischer und funktionaler Aspekt sowie ihre Verbindung 192
- 2.5. Spezielle Lernziele der Unterrichtsreihen 194
- 2.6. Ausgewählte Bemerkungen zur Methodik 195
- 3. Verlaufplanung im Abriß und akzentuierte Evaluation 196
  
- 4. Übungs- und Arbeitsblätter 210
  
- Literatur 217
  
- Personenregister 221
  
- Sachregister 223