

INHALTSVERZEICHNIS

<u>1. Zur Gewinnung der Problemstellung</u>	2
1.1. Schlagworte aus der neueren mathematik-didaktischen Diskussion	4
1.1.1. "critical appreciation"	4
1.1.2. "Sinn"	5
1.1.3. "progressive schematising"	7
1.1.4. "Dynamische Sichtweise von Mathematik"	8
1.2. Zur Realisierung der genannten didaktischen Einstellungen	10
1.2.1. Ansatz	10
1.2.2. Transfer	12
1.2.3. Mathematischer Stoff oder didaktische Themen als Leitlinie?	14
1.3. Suche nach einer geeigneten Darstellungsform	17
1.3.1. "Abstrakt" vs. "anschaulich"	17
1.3.2. Fundamentale Ideen als Gestaltungsmittel	20
1.3.3. Regulative Prinzipien	21
1.4. Algebra als Hintergrundtheorie für Schulstoffe	22
1.4.1. Orientierung am Vorverständnis	22

1.4.2.	Algebraische Gleichungen als Ausgangspunkt - Werkzeugcharakter der algebraischen Strukturen	23
1.4.3.	Zielbeschreibung des Kurses	25
2.	<u>Der Beweis des Fundamentalsatzes der Algebra als Leitmotiv eines Algebra - Kurses</u>	29
2.1.	Die sog. elementaren Beweise für den Fundamentalsatz der Algebra	31
2.2.	Weitere Beweisansätze	33
2.3.	Didaktische Kriterien für die Auswahl von Beweisen	35
2.3.1.	Beweise als Mittel der Wissensvermehrung	35
2.3.2.	Intuitive Zugänglichkeit	39
2.3.3.	Strukturierbarkeit	43
2.3.4.	Einbeziehung universeller Ideen	44
2.4.	Entscheidung aufgrund didaktischer Kategorien	45
2.4.1.	Der Cauchy-Argand-Beweis in der Anordnung von H. und M. Kneser	45
2.4.2.	Der Artinsche Beweis: Schema und didaktische Bewertung	48
	1. Ursprüngliche Problemstellung	49
	2. Ein intuitiver Zugang	50
	3. Strukturdiagramm des Artinschen Beweises - Hinweis auf universelle Ideen	56

<u>3. Grundlegende Gedanken bei den Zahlbereichs-</u> <u>erweiterungen</u>	60
3.1. Logischer Weg - genetischer Weg (Beispiel $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$)	63
3.2. Stationen auf dem genetischen Weg (Beispiel $\mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$)	70
3.3. Adjunktionen (Beispiel $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$)	74
3.4. Adjungieren als Idealisieren	81
3.5. Zusammenfassung: Das algebraische Motiv zur Erweiterung von Zahlbereichen	84
<u>4. Bildung des Begriffs "algebraische Körpererweiterung" -</u> <u>Zur didaktischen Funktion von Beispielen</u>	86
4.1. Ansatz zur Behandlung eines Beispiels	91
4.2. Ein analoger Fall aus dem Schulunterricht: Einzel- beispiel, Prototyp oder formale Allgemeinheit? . .	95
4.3. Algebraische Körpererweiterungen: genetischer Zugang zu einem allgemeinen Begriff	99
4.3.1. Ringe und Polynomringe: lokale Einbettung	102
4.3.2. Erklärung der Adjunktion	106
4.3.3. Vektorraumstruktur algebraischer Erweiterungs- körper: fundamentale Idee der Reduktion .	112
4.3.4. Grad endlicher Erweiterungskörper	115

4.4.	Erneute Übersicht über die Zahlbereiche - Zur Bedeutung des Fundamentalsatzes der Algebra	119
5.	<u>Galois - Theorie: Idee, Reduktions- und Problemlösecharakter</u>	126
5.1.	Neuformulierung von Sätzen: Beispiele für die Verwendung von heuristischen Strategien	128
5.2.	Der Hauptsatz der Galois - Theorie	135
5.2.1.	Zerfällungskörper	136
5.2.2.	Automorphismen	139
5.2.3.	Resultat der Galois - Theorie	144
5.2.4.	Beweis des Hauptsatzes	146
6.	<u>Abschluß des Beweises des Fundamentalsatzes der Algebra</u>	148
6.1.	Identifizierung benötigter Hilfsmittel aus der Gruppentheorie	150
6.2.	Beweis eines Sylow - Satzes	154
6.3.	Zusammenfassung: Die Gedankenfolge, die zum Beweis des Fundamentalsatzes der Algebra führt	162