

INHALT

1 Das Rechnen in Gruppen (Gruppen und Arithmetik)	9
1.1 Einführung des Gruppenbegriffs	9
1.1.1 Verknüpfungsgebilde, Halbgruppen und Gruppen	9
1.1.2 Gruppenkriterien	16
1.1.3 Die Restgruppen	18
1.2 Isomorphie	20
1.2.1 Isomorphismen und Homomorphismen	20
1.2.2 Die Bestimmung von Gruppen bis auf Isomorphie	23
1.3 Konstruktion von Gruppen aus Gruppen	25
✓ 1.3.1 Untergruppen	25
✗ 1.3.2 Direkte Produkte	27
1.3.3 Boolesche Gruppen	29
1.4 Produkte mit mehreren Faktoren	33
1.4.1 Die allgemeinen Rechengesetze für Produkte mit mehreren Faktoren ..	33
1.4.2 Die Vervielfachung	37
1.4.3 Erzeugnisbildung und zyklische Gruppen	39
2 Permutationsgruppen (Gruppen und Kombinatorik)	44
2.1 Die symmetrischen Gruppen	44
2.1.1 Der Satz von Cayley	44
✓ 2.1.2 Symmetrische Gruppen	47
✗ 2.1.3 Alternierende Gruppen	50
2.2 Automorphismengruppen	53
✓ 2.2.1 Automorphismengruppen von Gruppen	53
2.2.2 Automorphismengruppen von Graphen	56
3 Untergruppen und Faktorgruppen (Struktursätze I)	62
3.1 Untergruppen und Normalteiler	62
✓ 3.1.1 Nebenklassen	62
✓ 3.1.2 Der Satz von Lagrange	64
✓ 3.1.3 Normalteiler	67
✓ 3.1.4 Direkte und halbdirekte Produkte	70
3.2 Die Bestimmung aller Gruppen einer Ordnung ≤ 15	74
✓ 3.2.1 Vorbemerkungen	74
✓ 3.2.2 Die Bestimmung aller Gruppen der Ordnung 8	75
✓ 3.2.3 Die Bestimmung aller Gruppen der Ordnung 12	76
✓ 3.2.4 Die Bestimmung aller Gruppen der Ordnung 15	77
✓ 3.2.5 Zusammenfassung	77

3.3 Faktorgruppen und Homomorphiesatz	79
\ 3.3.1 Faktorgruppen	79
✓ 3.3.2 Der Homomorphiesatz	82
4 Zyklische und abelsche Gruppen (Gruppen und Zahlentheorie)	88
4.1 Zyklische Gruppen	88
✓ 4.1.1 Die Untergruppen zyklischer Gruppen und die Teilerbeziehung	88
✓ 4.1.2 Die Ordnung eines Elementes und die Struktur zyklischer Gruppen ...	92
4.2 Die Automorphismen einer zyklischen Gruppe	95
4.2.1 Vervielfachungsautomorphismen	95
4.2.2 Die Eulersche ϕ -Funktion	98
✓ 4.3 Abelsche Gruppen	102
5 Konjugation (Struktursätze II)	108
5.1 Die Relation der Konjugiertheit	108
5.1.1 Konjugierte Teilmengen	108
5.1.2 Konjugierte Elemente	112
5.1.3 Zyklische Zahlen	115
✓ 5.2 Konstruktion von p-Untergruppen	117
5.3 Ein Ausblick	121
6 Symmetrien (Gruppen und Geometrie)	129
6.1 Transitiv Abbildungsgruppen	129
6.1.1 Das Übertragungsprinzip	129
6.1.2 Gruppengraphen	130
6.2 Klassische Abbildungsgruppen	132
6.2.1 Streckensysteme	132
6.2.2 Kollineationen und Dilatationen	134
6.2.3 Ähnlichkeiten und Bewegungen	137
Literaturverzeichnis	139
Sachverzeichnis	141