

INHALTSVERZEICHNIS

| | |
|--|----|
| Vorwort | 9 |
| I Einführung in die Problematik | 11 |
| § 1 Arithmetische Folgen | 11 |
| § 2 Einige Bemerkungen zur Verwendung von Taschenrechnern und Computern | 15 |
| § 3 Geometrische Folgen | 19 |
| 3.1 Geometrisches Wachstum | 19 |
| 3.2 Graphische Darstellung geometrischer Folgen | 22 |
| § 4 Vollständige Induktion | 25 |
| § 5 Folgen und Differenzen | 31 |
| 5.1 Erste und zweite Differenzen | 31 |
| 5.2 Folgen mit konstanten zweiten Differenzen | 32 |
| 5.3 Höhere Differenzen | 33 |
| 5.4 Umkehrung der Fragestellung: Folgen, die durch Polynome gegeben sind | 36 |
| 5.5 Differenzen bei geometrischen Folgen | 39 |
| § 6 Zum Begriff der Differenzengleichung | 40 |
| II Lineare Differenzgleichungen erster Ordnung | 46 |
| § 7 Die Tilgungsgleichung (lineare Differenzgleichungen erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten) | 46 |
| § 8 Die Tilgungsgleichung im Lichte graphischer Verfahren | 52 |
| § 9 Angebot-Nachfrage-Zyklen | 61 |
| § 10 Die Lösungsgesamtheit linearer homogener Differenzgleichungen erster Ordnung | 64 |
| § 11 Lineare inhomogene Differenzgleichungen erster Ordnung | 72 |
| 11.1 Die empirische Methode zum Auffinden von Einzellösungen | 72 |
| 11.2 Diskussion der Lösungsgesamtheit am Spezialfall der Tilgungsgleichung | 75 |
| 11.3 Die Lösungsgesamtheit der inhomogenen linearen Gleichung erster Ordnung | 78 |
| 11.4 Die Methode der unbestimmten Koeffizienten, erläutert am Beispiel der Dynamischen-Prämien-Gleichung | 80 |
| § 12 Homogenisierung | 82 |
| 12.1 Konstante Inhomogenität | 82 |
| 12.2 Lineare Inhomogenität | 83 |
| 12.3 Polynomiale Inhomogenität | 84 |
| III Lineare Differenzgleichungen zweiter Ordnung | 87 |
| § 13 Die verallgemeinerte Fibonacci-Gleichung (lineare homogene Differenzgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten) | 87 |

| | | |
|------|--|-----|
| § 14 | Die Lösungsgesamtheit linearer homogener Differenzgleichungen zweiter Ordnung | 91 |
| 14.1 | Der allgemeine Fall: nicht konstante Koeffizienten | 91 |
| 14.2 | Die Lösung der verallgemeinerten Fibonacci-Gleichung (im Falle verschiedener Wurzeln des charakteristischen Polynoms) | 98 |
| 14.3 | Ein Fundamentalsystem der verallgemeinerten Fibonacci-Gleichung im Falle einer Doppelwurzel des charakteristischen Polynoms | 100 |
| § 15 | Komplexe Lösungen der charakteristischen Gleichung | 103 |
| 15.1 | Die Problemstellung: komplexe Lösungsfolgen trotz reeller Koeffizienten | 103 |
| 15.2 | Kleiner Exkurs über komplexe Zahlen | 104 |
| 15.3 | Die Rückführung komplexer auf reelle Lösungsfolgen | 108 |
| § 16 | Lineare inhomogene Differenzgleichungen zweiter Ordnung | 112 |
| 16.1 | Der allgemeine Fall: nicht konstante Koeffizienten | 112 |
| 16.2 | Die Lagerhaltungs-Gleichung (lineare Differenzgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten und konstanter Inhomogenität) | 113 |
| IV | Der Ausbau induktiver Techniken zur Behandlung von linearen Differenzgleichungen höherer Ordnung | 114 |
| § 17 | Die Lösungsgesamtheit linearer homogener Differenzgleichungen beliebig hoher Ordnung | 114 |
| 17.1 | Kriterien für die lineare Unabhängigkeit von Vektoren im \mathbb{R}^n | 114 |
| 17.2 | Lineare Gleichungssysteme | 115 |
| 17.3 | Die Grundzüge des Gaußschen Algorithmus | 117 |
| 17.4 | Bemerkung zu Determinanten | 126 |
| 17.5 | Das charakteristische Polynom | 129 |
| 17.6 | Mehrfachwurzeln der charakteristischen Gleichung | 134 |
| 17.7 | Komplexe Wurzeln | 139 |
| § 18 | Die Lösungsgesamtheit inhomogener linearer Differenzgleichungen | 142 |
| 18.1 | Konstante Inhomogenität | 143 |
| 18.2 | Das charakteristische Polynom im Prozeß der Homogenisierung | 143 |
| 18.3 | Diskussion von Beispielen und speziellen Funktionstypen | 146 |
| 18.4 | Versuchslösungen | 151 |
| 18.5 | Konvergenz, Stabilität, Gleichgewicht | 153 |
| V | Innermathematische Anwendungen | 158 |
| § 19 | Figurierte Zahlen | 158 |
| 19.1 | Polygonalzahlen | 161 |
| 19.2 | Pyramidalzahlen | 162 |
| § 20 | Summierung | 163 |
| § 21 | Flächeninhalte | 165 |

| | |
|---|-----|
| § 22 Irrfahrten | 171 |
| 22.1 Die symmetrische Irrfahrt | 171 |
| 22.2 Die asymmetrische Irrfahrt | 175 |
| 22.3 Untersuchung von Strategien bei Glücksspielen | 178 |
| § 23 Mittelwerte und gleitende Durchschnitte | 183 |
| § 24 Das Verfahren von Heron | 190 |
| VI Wachstumsprozesse in rekursiver Darstellung | 193 |
| § 25 Vorbemerkungen zu Fragen der Begriffsbildung; Abgrenzung der behandelten Problemkreise | 193 |
| § 26 Einige Typen vorwiegend endogen erklärter Wachstumsprozesse von isolierten Populationen | 197 |
| 26.1 Freies Wachstum und Tilgungswachstum | 198 |
| 26.2 Logistisches Wachstum | 201 |
| 26.3 Ertrag, Phasenkurve, Gleichgewicht | 203 |
| 26.4 Wachstum bei Selbstvergiftung | 206 |
| § 27 Einige Typen vorwiegend exogen erklärter Wachstumsprozesse von isolierten Populationen | 210 |
| 27.1 Sättigungswachstum | 210 |
| 27.2 Sättigungswachstum mit Schwellenwert | 211 |
| 27.3 Abhängigkeit der Zuwachsrates von der Populationsgröße; Linearisierung | 213 |
| § 28 Zwei interagierende Populationen | 216 |
| 28.1 Räuber-Beute-Systeme (Modellbeschreibung) | 217 |
| 28.2 Gleichgewichtszustände in Räuber-Beute-Systemen | 219 |
| 28.3 Konkurrenz | 223 |
| § 29 Modelle mit drei Populationen | 225 |
| 29.1 Wachstum und Absterben einer Bakterienkultur | 225 |
| 29.2 Stoffmengenänderungen bei chemischen Reaktionen | 226 |
| VII Anwendungen wirtschaftlicher Natur | 232 |
| § 30 Beschreibung, Gliederung und Abgrenzung der behandelten Problemkreise | 232 |
| § 31 Die Zuteilung von Bausparverträgen anhand des Sal-densummen-Kriteriums | 232 |
| § 32 Ein Lagerhaltungsmodell | 237 |
| 32.1 Die allgemeine Modellbeschreibung | 237 |
| 32.2 Ein spezielles Zahlenbeispiel | 241 |
| § 33 Die Darstellung periodischer Lösungen durch Amplitude und Phasenverschiebung | 245 |
| § 34 Grundbegriffe aus der Theorie des Wirtschaftskreislaufs und des Volkseinkommens | 247 |
| 34.1 Die Darstellung des Wirtschaftsprozesses im Kontensystem | 248 |
| 34.2 Der Begriff der autonomen und der induzierten Investitionen | 252 |
| 34.3 Bemerkungen zur "ex-post"-Gleichheit von Investition und Ersparnis und zu den Beschränkungen des begrifflichen Rahmens | 253 |

| | |
|--|-----|
| § 35 Modelle ohne induzierte Investitionen | 254 |
| 35.1 Einmaliger Investitionsstoß | 254 |
| 35.2 Arithmetisch steigende Investitionen | 255 |
| 35.3 Geometrisch wachsende Investitionen | 256 |
| § 36 Modelle mit induzierten Investitionen | 258 |
| 36.1 Die Grundannahmen der Modelle von Samuelson, Harrod und Hicks | 258 |
| 36.2 Das Modell von Samuelson | 259 |
| 36.3 Das Modell von Hicks | 261 |
| VIII Anwendungen in der Physik | 264 |
| § 37 Beschreibung von Bewegungen | 264 |
| 37.1 Registrierung von Bewegungen | 264 |
| 37.2 Bewegungen mit konstanter Geschwindigkeit | 266 |
| 37.3 Bewegungen mit nichtkonstanter Geschwindigkeit | 267 |
| § 38 Die Grundgleichung der Mechanik | 271 |
| 38.1 Herleitung der Gleichung | 271 |
| 38.2 Fallbewegungen | 272 |
| § 39 Harmonische Schwingungen | 275 |
| 39.1 Freie, ungedämpfte Schwingungen | 276 |
| 39.2 Gedämpfte Schwingungen | 280 |
| 39.3 Erzwungene Schwingungen; Resonanz | 281 |
| § 40 Himmelsmechanik | 283 |
| 40.1 Das Gravitationsgesetz | 283 |
| 40.2 Satelliten- und Planetenbahnen | 284 |
| § 41 Radioaktivität | 288 |
| 41.1 Zerfallsprozesse | 288 |
| 41.2 Produktion radioaktiver Substanzen | 290 |
| 41.3 Zerfallsreihen | 291 |
| IX Schlußbemerkungen | 294 |
| § 42 Methodologische Bemerkungen | 294 |
| 42.1 Integration, Kontinuität, Ausgewogenheit | 296 |
| 42.2 Heuristik und Methodologie | 298 |
| § 43 Das Arbeiten mit Modellen | 304 |