

S O M M A I R E

* * *

INTRODUCTION

A	<u>MODULE 1 : LES NOMBRES RATIONNELS : CONSTRUCTION</u>	p. 1
	<u>1.1. Epaisseur d'une feuille de papier</u>	2
	1.1.1. Préparation du matériel et des lieux.....	2
	1.1.2. 1ère phase : recherche d'un code.....	2
	1.1.3. 2ème phase : jeu de communication.....	4
	1.1.4. 3ème phase : résultat des jeux et confrontation des codes.....	6
	1.1.5. Résultats didactiques.....	7
	<u>1.2. Comparaison d'épaisseurs et couples équivalents</u>	8
	1.2.1. Préparation du matériel et des lieux.....	8
	1.2.2. 1ère phase : présentation de la situation.....	9
	1.2.3. 2ème phase : finition du tableau : recherche des va- leurs manquantes.....	10
	1.2.4. 3ème phase : jeu de communication.....	10
	1.2.5. Résultats.....	10
	<u>1.3. Classe d'équivalence de couples - Nombre rationnel</u>	12
	1.3.1. Préparation du matériel.....	12
	1.3.2. 1ère phase : notion d'équivalence des couples.....	12
	1.3.3. 2ème phase : rangement des 5 types de feuilles d'après leur épaisseur.....	13
	1.3.4. 3ème phase : rangement d'un autre couple désignant l'épaisseur d'une feuille d'un nouveau type.....	16
	1.3.5. Fractions - égalité de fractions.....	17
	1.3.6. Résultats.....	18
	<u>MODULE 2 : LES NOMBRES RATIONNELS : OPERATIONS</u>	19
	<u>2.1. L'épaisseur d'un carton</u>	20
	2.1.1. Matériel.....	20
	2.1.2. 1ère phase : "les épaisseurs rationnelles sont-elles des nombres ?".....	20

2.1.3. 2ème phase : l'épaisseur d'un carton.....	20
2.1.4. 3ème phase : somme de plusieurs fractions.....	22
2.1.5. Remarques.....	22
2.1.6. Résultats.....	23
<u>2. Que devons-nous savoir faire maintenant ?.....</u>	24
2.2.1. 1ère phase : évolution des méthodes.....	24
2.2.2. 2ème phase : Exercices individuels de contrôle et d'entraînement.....	26
2.2.3. Résultats.....	27
<u>3. Différence de deux épaisseurs.....</u>	28
2.3.1. Matériel.....	28
2.3.2. Correction des exercices de l'activité 2.2.2.....	28
2.3.3. 1ère phase : signification de la différence de deux fractions.....	28
2.3.4. 2ème phase : calcul de cette différence.....	30
2.3.5. 3ème phase : autres exercices proposés.....	31
2.3.6. Résultats.....	31
<u>4. L'épaisseur d'un très gros carton : produit d'un nombre ration- nel par un entier.....</u>	33
2.4.1. Matériel.....	33
2.4.2. 1ère phase : l'épaisseur d'un gros carton.....	33
2.4.3. 2ème phase : examen des résultats.....	34
2.4.4. 3ème phase : évaluation de l'épaisseur des cartons : comparaison à 1 mm.....	35
2.4.5. Résultats.....	38
<u>5. Calcul de l'épaisseur d'une feuille : division d'un rationnel par un entier.....</u>	39
2.5.1. 1ère phase : signification de la division d'un rationnel par un entier.....	39
2.5.2. 2ème phase : autre situation proposée.....	40
2.5.3. 3ème phase : le numérateur n'est pas un multiple du diviseur.....	41
2.5.4. Résultats.....	41
<u>6. Contrôle des connaissances.....</u>	43

<u>MODULE 3 : MESURES.....</u>	44
<u>3.1. Mesures fractionnaires de poids, de capacités et de longueurs....</u>	45
3.1.1. Matériel.....	45
3.1.2. 1ère phase : recherche d'une méthode de désignation...	47
3.1.3. 2ème phase : jeu de communication des grandeurs.....	51
3.1.4. Compte rendu des résultats.....	53
3.1.5. Résultats didactiques.....	53
<u>3.2. Construction de longueurs fractionnaires.....</u>	54
3.2.1. Commentaire pour les maîtres - Matériel.....	54
3.2.2. 1ère phase : jeu de communication.....	55
3.2.3. 2ème phase : compte rendu des résultats.....	56
<u>3.3. Comparaison de stratégies.....</u>	58
3.3.1. Objectifs.....	58
3.3.2. Matériel.....	58
3.3.3. Déroulement.....	58
<u>MODULE 4 : ORDRE DES RATIONNELS.....</u>	63
<u>4.1. Evaluation d'une somme.....</u>	64
4.1.1. 1ère phase : rappel collectif.....	64
4.1.2. 2ème phase : Introduction au jeu : évaluation d'une somme.....	64
4.1.3. 3ème phase : le jeu : évaluation de sommes : la règle du jeu.....	66
4.1.3. Résultats.....	67
<u>4.2. "Le compte est dedans" : distance de deux fractions.....</u>	68
4.2.1. 1ère phase : reprise du jeu de l'activité précédente - Nouvelle consigne.....	68
4.2.2. 2ème phase : élaboration de nouvelles règles.....	69
4.2.3. 3ème phase : nouveau jeu : "le compte est dedans".....	70
<u>4.3. Intervalles dans \mathbb{Q}.....</u>	71
4.3.1. Validation de la stratégie mise en place lors du jeu précédent.....	71
4.3.2. Résultats.....	72

4.4. Encadrement d'un rationnel dans Q	73
4.4.1. 1ère phase : "initiation au jeu".....	73
4.4.2. 2ème phase : jeu 2 par 2.....	76
4.4.3. 3ème phase : Synthèse collective.....	76
4.4.4 Résultats.....	77
MODULE 5 : LES NOMBRES DECIMAUX, CONSTRUCTION.....	78
5.1. Encadrement d'un rationnel par des rationnels : fractionnement d'un intervalle.....	79
5.1.1. 1ère phase : Rappel du jeu de la séance précédente.....	79
5.1.2. 2ème phase : recherche d'un intervalle plus petit.....	80
5.1.3. 3ème phase : recherche d'intervalles de plus en plus petits.....	80
5.1.4. Quelques stratégies observées.....	82
5.1.5. Résultats.....	84
5.1.6. Note pour les maîtres.....	84
5.2. Encadrements d'un rationnel dans Q : - Raccourcissements des intervalles - Filtres décimaux.....	85
5.2.1. 1ère phase : reprise du jeu de la séance précédente.....	85
5.2.2. Remarques.....	87
5.2.3. Résultats.....	87
5.3. Représentation sur la droite Q	89
5.3.1. 1ère phase : premier jeu.....	89
5.3.2. Placement sur la droite.....	91
5.3.3. Deuxième jeu.....	92
5.3.4. Troisième jeu.....	93
5.3.5. Résultats.....	94
5.4. Passage de l'écriture en fraction des rationnels à l'écriture décimale.....	95
5.4.1. Reprise du jeu de l'activité précédente.....	95
5.4.2. Ecriture des fractions dans le tableau.....	95
5.4.3. Passage à l'écriture décimale.....	96
5.4.4. Résultats.....	97
5.5. Contrôle des connaissances.....	98

<u>MODULE 6 : OPERATIONS DANS LES DECIMAUX.....</u>	99
<u>6.1. Additions des nombres à virgule : "le compte est bon".....</u>	100
6.1.1. 1ère phase : présentation de la situation.....	100
6.1.2. 2ème phase : "concours de méthodes".....	101
<u>6.2. Additions et multiplications des nombres décimaux.....</u>	102
6.2.1. Autres parties possibles.....	102
6.2.2. 5ème jeu : la multiplication.....	102
<u>6.3. La soustraction des nombres décimaux.....</u>	103
6.3.1. Présentation de la situation.. ..	103
6.3.2. Autres problèmes posés.....	105
6.3.3. Résultats.....	106
<u>6.4. Multiplication par 10, 100, 1000.....</u>	107
6.4.1. Rappel de la multiplication d'un décimal par un entier..	107
6.4.2. Multiplication d'un décimal par 10, 100, 1000.....	107
6.4.3. Correction des résultats.....	108
6.4.4. Exercices individuels.....	109
6.4.5. Résultats.....	109
<u>6.5. L'ordre dans les décimaux.....</u>	111
6.5.1. Rappel introduction.....	111
6.5.2. Problème posé.....	111
6.5.3. Choix d'une méthode de rangement.....	112
6.5.4. Lecture rapide des méthodes et essai.....	112
6.5.5. Résultats.....	113
 <u>MODULE 7 : REPRESENTATION DECIMALE D'UN RATIONNEL.....</u>	 114
<u>7.1. Intercaler un décimal entre deux décimaux.....</u>	115
7.1.1. Recherche de décimaux entre deux entiers.....	115
7.1.2. Intercaler un décimal entre deux autres.....	116
<u>7.2. Encadrement d'un rationnel entre deux entiers.....</u>	117
7.2.1. Révision de l'ordre dans les décimaux.....	117
7.2.2. Problème posé aux enfants.....	117
7.2.3. Comparaison et choix d'une méthode.....	120
7.2.4. Placement d'une fraction dans la liste des nombres.....	120

<u>7.3. Encadrements successifs d'un rationnel par deux décimaux.....</u>	122
7.3.1. Rappel du placement de la fraction entre 2 entiers.....	122
7.3.2. Recherche des dixièmes.....	123
7.3.3. Recherches des centièmes.....	124
<u>7.4. Organigramme de la méthode et mise en place de la division : algorithme.....</u>	126
7.4.1. Synthèse de différentes recherches qui ont abouti au placement d'une fraction entre deux décimaux.....	126
7.4.2. Résultats.....	127
<u>7.5. Rationnels décimaux, rationnels non décimaux.....</u>	128
7.5.1. Rappel : différentes sortes de fractions déjà rencontrées	128
7.5.2. Fractions décimales.....	128
7.5.3. Mise en évidence de deux méthodes pour transformer une fraction décimale en nombre à virgule.....	129
7.5.4. Choix d'une méthode.....	130
7.5.5. Reconnaître si une fraction est ou non décimale.....	132
7.5.6. Correction collective et conclusions.....	133
7.5.7. Résultats.....	135
<u>7.6. Problèmes.....</u>	135
 <u>MODULE 8 : SIMILITUDE.....</u>	136
<u>8.1. Agrandissement du puzzle.....</u>	137
8.1.1. Matériel.....	137
8.1.2. Situation-problème.....	138
8.1.3. Comportements et stratégies observés.....	139
8.1.4. Remarques.....	140
8.1.5. Résultats.....	140
<u>8.2. Image d'un entier.....</u>	141
8.2.1. Rappel de la situation du puzzle et des stratégies utilisées	141
8.2.2. Confrontation des méthodes et réalisation des puzzles.....	143
8.3.2. Résultats.....	144
<u>8.3. Image d'une fraction.....</u>	145
8.3.1. 1ère phase : rappel des 2 activités précédentes.....	145
8.3.2. 2ème phase.....	146
8.3.3. 3ème phase : Recherche d'un "intermédiaire".....	148

8.3.4. Synthèse collective des méthodes.....	149
8.3.5. Exercices d'entraînement.....	150
8.3.6. Résultats.....	151
<u>8.4. Image d'un décimal.....</u>	152
8.4.1. Matériel.....	152
8.4.2. Situation-problème : construction d'un pavage.....	152
8.4.3. Comparaison des méthodes.....	154
8.4.4. Réalisation des pièces.....	155
8.4.5. Résultats.....	155
<u>8.5. Division d'un décimal par 10, 100, 1000.....</u>	156
8.5.1. Image de $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$	156
8.5.2. Division d'un décimal par 10, 100, 1000.....	157
8.5.3. Exercices d'application individuels.....	158
8.5.4. Résultats.....	158
<u>MODULE 9 : LES APPLICATIONS LINEAIRES.....</u>	159
<u>9.1. Une reproduction de l'optimist.....</u>	160
9.1.1. Matériel.....	160
9.1.2. Phase 1. Observation du dessin de "l'optimist".....	160
9.1.3. 1ère phase : présentation d'une reproduction (plus grande que le modèle).....	162
9.1.4. Recensement des méthodes de calcul - choix d'une méthode.....	163
9.1.5. Différentes procédures utilisées par les enfants et présentées lors de la correction collective.....	163
9.1.6. Commentaire : longueur calculée, longueur mesurée, approximations.....	165
<u>9.2. Une deuxième reproduction.....</u>	170
9.2.1. Phase 2 : Présentation d'une autre reproduction (celle qui agrandit 1,4 fois).....	170
9.2.2. Résultats.....	170
<u>9.3. Beaucoup de reproductions de l'optimist.....</u>	172
9.3.1. Matériel.....	172
9.3.2. Présentation de la situation.....	172
9.3.3. Deuxième phase : calcul des dimensions.....	173
9.3.4. Troisième phase : calcul individuel.....	175

<u>10.2. Multiplier par un décimal.....</u>	207
10.2.1. Définition du produit de deux décimaux.....	207
10.2.2. Calcul du produit de deux décimaux.....	207
10.2.3. Algorithme de l'opération.....	209
10.2.4. Exercice.....	209
10.2.5. Résultats.....	210
<u>10.3. Méthodes de résolution de problèmes linéaires.....</u>	211
10.3.1. Introduction (pour le maître).....	211
10.3.2. Exemple d'étude d'une situation.....	212
10.3.3. Déroulement type d'une activité (commentaire pour le maître).....	214
10.3.4. Remarques.....	215
10.3.5. Différentes méthodes de résolution.....	217
<u>10.4. Recherche des situations linéaires.....</u>	220
10.4.1. Concours de recherche de situations.....	220
10.4.2. Situations déjà rencontrées.....	221
10.4.3. Contre-exemples.....	223
10.4.4. Ouverture du concours.....	224
 <u>MODULE 11 : SITUATIONS LINEAIRES.....</u>	 227
<u>11.1. Fractions d'un rationnel.....</u>	228
Avertissement aux enseignants.....	228
11.1.1. Fraction d'une grandeur.....	229
11.1.2. Exercices de formulation des fractions en termes d'ap- plications linéaires.....	231
11.1.3. Calcul avec les "fractions-applications".....	235
11.1.4. Formulation des applications linéaires en terme de frac- tions - Simplification de fractions.....	238
11.1.5. Fractions directes.....	239
<u>11.2. Pourcentages.....</u>	243
11.2.1. Pourcentages.....	243
11.2.2. Situations de référence.....	243
11.2.3. Exercices.....	244
11.2.4. Calcul du pourcentage.....	245
11.2.5. Additions et soustractions de pourcentages.....	248

11.3. Correspondances entre mesures.....	250
11.3.1. Correspondance entre deux grandeurs de même espèce : échelles.....	250
11.3.2. Problèmes d'échelle.....	254
11.3.3. Correspondance entre deux grandeurs d'espèces diffé- rentes.....	258
11.3.4. Applications différentes - même correspondance ; Notation.....	259
11.3.5. Correspondances non linéaires.....	260
<u>MODULE 12 : DIVISIONS CLASSIQUES DANS LES RATIONNELS.....</u>	262
Objectifs, avertissement.....	263
<u>12.1. Concours de recherche de problèmes de division.....</u>	263
12.1.1. Phase 1. Recherche.....	265
12.1.2. Phase 2. Vérification.....	266
12.1.3. Phase 3. Première classification et identification de critères.....	269
12.1.4. Phase 4 : Production de problèmes nouveaux et usages des critères.....	270
<u>12.2. Représentations familières de la division.....</u>	274
12.2.0. Introduction.....	274
12.2.1. Diviser c'est partager.....	276
12.2.2. Diviser c'est trouver le terme inconnu d'un problème...	284
<u>MODULE 13 : DIVISIONS NOUVELLES DANS LES RATIONNELS.....</u>	294
<u>13.1. Représentations nouvelles de la division.....</u>	295
13.1.1. La commensuration ou le fractionnement de l'unité : la fraction (séance additionnelle 3).....	295
13.1.2. La division dans l'application linéaire.....	299
<u>13.2. La division, application linéaire réciproque d'une multiplication..</u>	304
13.2.1. La division, application linéaire.....	305
13.2.2. La division par une fraction : calcul de l'image.....	310
13.2.3. Division par une fraction, réciproque de la multiplica- tion par cette fraction.....	312
<u>13.3. Définition et désignation d'applications (le jeu du portrait).....</u>	315
13.3.1. Présentation simplifiée du jeu.....	315
13.3.2. Le jeu du portrait : consignes et déroulement.....	318
13.3.3. Conclusions tirées avec les élèves.....	328

MODULE 15 : DECOMPOSITION DES APPLICATIONS RATIONNELLES.
IDENTIFICATION DES RATIONNELS ET DES APPLICATIONS LINEAIRES
RATIONNELLES

<u>15.1. Décomposition des applications rationnelles.....</u>	357
15.1.1. Remarques aux enseignants.....	358
15.1.2. Premier problème : "décomposition et agrandissement".....	358
15.1.3. 2ème problème : décomposition de la réciproque.....	360
15.1.4. Calcul de la réciproque d'une composition.....	361
15.1.5. Décomposition de l'application (x1) : application inverse..	363
15.1.6. Réciproque et inverse.....	365
15.1.7. Résultat.....	366
<u>15.2. Le sens de "Diviser par une fraction" (décomposition des appli-</u>	
<u>cations inverses).....</u>	367
15.2.1. Recherche d'énoncés de problèmes....	367
15.2.2. Différentes interprétations des énoncés de problèmes.....	368
15.2.3. La composition d'applications linéaire.....	375
<u>15.3. La division des décimaux.....</u>	378
15.3.1. Application du calcul des décimaux.....	378
15.3.2. Conclusions et mise en place de l'algorithme.....	379
15.3.3. Exercices proposés.....	380
15.3.4. Résultats.....	380
<u>15.4. La division de deux décimaux : Exercices.....</u>	382
15.4.1. Quelques divisions que les enfants peuvent résoudre.....	382
15.4.2. Quelques exercices d'application.....	382
<u>COMPOSITIONS TRIMESTRIELLES ET CONTROLES DE FIN D'ANNEE</u>	385
B <u>COMMENTAIRES</u>	399
<u>Problèmes d'enseignement des décimaux.....</u>	399
1. Introduction.....	399
2. L'enseignement des décimaux dans les années 60 en France	399
3. L'enseignement des décimaux dans les années 70 en France	402
4. Quelques problèmes de l'enseignement des décimaux.....	438
<u>Problèmes de didactique des décimaux.....</u>	445
1. Introduction.....	445
2. Conception générale d'un processus d'enseignement.....	446

<u>MODULE 14 : COMPOSITION DES APPLICATIONS LINEAIRES.....</u>	333
<u>14.1. Le Pantographe.....</u>	333
14.1.1. Matériel.....	333
14.1.2. Introduction des pantographes.....	333
14.1.3. Mise en commun des observations.....	334
14.1.4. Résultats.....	335
<u>14.2. Composition d'applications : 1ère séance.....</u>	337
14.2.1. Matériel.....	337
14.2.2. Présentation de la situation.....	337
14.2.3. Présentation d'un jeu : Premier essai.....	338
14.2.4. Jeu : 2ème essai.....	339
14.2.5. Synthèse collective : correction des résultats, recensement des méthodes.....	340
14.2.6. Résultats.....	341
<u>14.3. Composition d'applications linéaires : désignation des applications composées.....</u>	342
14.3.1. Recherche d'une solution au problème ouvert et valida- tion.....	342
14.3.2. Vérification de la règle sur n'importe quelle suite d'agrandissements ou de rapetissements.....	343
14.3.3. Exercices individuels.....	344
14.3.4. Résultats.....	345
<u>14.4. Différentes écritures pour une même application.....</u>	346
14.4.1. Matériel.....	346
14.4.2. Révision de la règle de composition des applications.....	346
14.4.3. Différentes écritures pour une même application.....	347
14.4.4. Autres écritures pour les applications :4 et :2.....	348
14.4.5. Autres exemples : généralisation.....	350
14.4.6. Utilisation de ces différentes écritures.....	351
14.4.7. Résultats.....	351
<u>14.5. Applications linéaires rationnelles.....</u>	352
14.5.1. Présentation du problème.....	352
14.5.2. Recherche de toutes les applications linéaires rati- onnelles avec la pantographe.....	353
14.5.3. Elaboration d'un tableau.....	353
14.5.4. Exercice d'application.....	356
14.5.5. Résultats.....	356

3. Analyse du processus et de sa réalisation.....	466
4. Analyse d'une situation : l'épaisseur d'une feuille de papier	494
5. Questions de didactique des décimaux.....	515
6. Conclusion.....	529