

# Inhaltsverzeichnis

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 1     | Vorwort . . . . .  | 5  |
| 2     | Zur Geschichte der ganzen Zahlen . . . . .   | 7  |
| 3     | Ganze Zahlen im Unterricht . . . . .   | 8  |
| 3.1   | Allgemeine Bedeutung der ganzen Zahlen . . . . .   | 8  |
| 3.2   | Curriculare Einordnung des Themenkreises „Ganze Zahlen“ . . . . .  | 8  |
| 3.3   | Mathematische Bedeutung der ganzen Zahlen. . . . .   | 9  |
| 3.4   | „Lernen durch Handeln“ als methodisches Prinzip für die ganzen Zahlen . . . . .  | 11 |
| 3.4.1 | Überhöhung dieses Prinzips mit „Lernen durch Spielen“ . . . . .  | 12 |
| 4     | Entwicklung eines grafischen Materialspiels. . . . .   | 14 |
| 4.1   | Didaktische Konzeption und Klassifikation des Spiels . . . . .   | 14 |
| 4.2   | Das Spielfeld (Ganze Zahlen als Koordinaten in symmetrischen Skalenbereichen) . . . . .  | 15 |
| 4.3   | Der Spielwürfel (Ganze Zahlen als Verschiebungsoperatoren) . . . . .   | 17 |
| 4.4   | Spiel mit einem Würfel (Ganze Zahlen in der Zustand-Operator-Auffassung; Addition ganzer Zahlen durch Operatoranwendung) . . . . . | 19 |
| 4.4.1 | Modifikation des Spielfeldes (Identifikation von Operatoren und Zuständen) . . . . .   | 20 |
| 4.5   | Das Spiel mit dem Umdreher (Ganze Zahl und additive Gegenzahl; Subtraktion ganzer Zahlen durch Operatoranwendung) . . . . .        | 20 |
| 4.6   | Das Plus-Spiel (Addition ganzer Zahlen durch Operatorverkettung) . . . . .   | 22 |
| 4.7   | Das Plus-Minus-Spiel (Addition und Subtraktion ganzer Zahlen durch Operatorverkettung) . . . . .                                   | 24 |
| 4.7.1 | Vereinfachung der Symbolik auf den Spielelementen (Identifikation der positiven ganzen Zahlen mit den natürlichen Zahlen . . . . . | 26 |
| 4.8   | Der Ring der ganzen Zahlen (Das Plus-Minus-Mal-Spiel) . . . . .  | 27 |
| 4.9   | Wesen und Bedeutung stufenweiser Variation der Spielelemente . . . . .   | 29 |
| 4.9.1 | Variation zur Vermittlung von Zusammenhängen und Einsichten . . . . .  | 29 |
| 4.9.2 | Variation gemäß der Abstraktionsstufen bei der Einführung ganzer Zahlen . . . . .  | 30 |
| 5     | Einsatz des Spiels in einem 7. Schuljahr . . . . .   | 32 |
| 5.1   | Das Würfelspiel und sein sachlicher Hintergrund . . . . .  | 32 |
| 5.1.1 | Symmetrische Skalen . . . . .  | 32 |
| 5.1.2 | Verschiebungsoperatoren . . . . .  | 35 |
| 5.1.3 | Einführung des Würfelspiels . . . . .  | 37 |
| 5.1.4 | Transfer der Spielsituationen in mathematische Darstellungsformen und Sachbereiche . . . . .                                       | 38 |
| 5.2   | Das Würfelspiel und die Menge der ganzen Zahlen . . . . .  | 40 |
| 5.2.1 | Positive und negative ganze Zahlen . . . . .   | 40 |
| 5.2.2 | Ganze Zahl und additive Gegenzahl . . . . .  | 44 |
| 5.2.3 | Einführung des Plus-Spiels . . . . .   | 45 |
| 5.2.4 | Einführung des Plus-Minus-Spiels . . . . .   | 47 |
| 5.2.5 | Einbettung der natürlichen Zahlen . . . . .  | 50 |
| 5.3   | Zur weiteren Unterrichtsgestaltung . . . . .   | 52 |
| 6     | Erfahrungen und Ergebnisse . . . . .   | 53 |

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 6.1   | Zeitbedarf und Lernerfolg . . . . .   | 53 |
| 6.2   | Auswirkung des grafischen Materialspiels auf wesentliche Faktoren des Unterrichts . . . . . | 54 |
| 6.2.1 | Individualisierung des Lernprozesses . . . . .  | 54 |
| 6.2.2 | Kindgemäße und sachbezogene Übung . . . . .   | 54 |
| 6.2.3 | Förderung des Einzelnen durch soziale Kontakte. . . . .                                     | 55 |
| 7     | Zusammenfassung und Ausblick . . . . .  | 56 |
| 8     | Anhang . . . . .  | 57 |
| 8.1   | Zahlbereiche, Symbole und Zusammenhänge . . . . .   | 57 |
| 8.2   | Literaturverzeichnis . . . . .  | 59 |