

INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort	9
I Einführung in die Problematik	11
§ 1 Arithmetische Folgen	11
§ 2 Einige Bemerkungen zur Verwendung von Taschenrechnern und Computern	15
§ 3 Geometrische Folgen	19
3.1 Geometrisches Wachstum	19
3.2 Graphische Darstellung geometrischer Folgen	22
§ 4 Vollständige Induktion	25
§ 5 Folgen und Differenzen	31
5.1 Erste und zweite Differenzen	31
5.2 Folgen mit konstanten zweiten Differenzen	32
5.3 Höhere Differenzen	33
5.4 Umkehrung der Fragestellung: Folgen, die durch Polynome gegeben sind	36
5.5 Differenzen bei geometrischen Folgen	39
§ 6 Zum Begriff der Differenzengleichung	40
II Lineare Differenzgleichungen erster Ordnung	46
§ 7 Die Tilgungsgleichung (lineare Differenzgleichungen erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten)	46
§ 8 Die Tilgungsgleichung im Lichte graphischer Verfahren	52
§ 9 Angebot-Nachfrage-Zyklen	61
§ 10 Die Lösungsgesamtheit linearer homogener Differenzgleichungen erster Ordnung	64
§ 11 Lineare inhomogene Differenzgleichungen erster Ordnung	72
11.1 Die empirische Methode zum Auffinden von Einzellösungen	72
11.2 Diskussion der Lösungsgesamtheit am Spezialfall der Tilgungsgleichung	75
11.3 Die Lösungsgesamtheit der inhomogenen linearen Gleichung erster Ordnung	78
11.4 Die Methode der unbestimmten Koeffizienten, erläutert am Beispiel der Dynamischen-Prämien-Gleichung	80
§ 12 Homogenisierung	82
12.1 Konstante Inhomogenität	82
12.2 Lineare Inhomogenität	83
12.3 Polynomiale Inhomogenität	84
III Lineare Differenzgleichungen zweiter Ordnung	87
§ 13 Die verallgemeinerte Fibonacci-Gleichung (lineare homogene Differenzgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten)	87

§ 14	Die Lösungsgesamtheit linearer homogener Differenzgleichungen zweiter Ordnung	91
14.1	Der allgemeine Fall: nicht konstante Koeffizienten	91
14.2	Die Lösung der verallgemeinerten Fibonacci-Gleichung (im Falle verschiedener Wurzeln des charakteristischen Polynoms)	98
14.3	Ein Fundamentalsystem der verallgemeinerten Fibonacci-Gleichung im Falle einer Doppelwurzel des charakteristischen Polynoms	100
§ 15	Komplexe Lösungen der charakteristischen Gleichung	103
15.1	Die Problemstellung: komplexe Lösungsfolgen trotz reeller Koeffizienten	103
15.2	Kleiner Exkurs über komplexe Zahlen	104
15.3	Die Rückführung komplexer auf reelle Lösungsfolgen	108
§ 16	Lineare inhomogene Differenzgleichungen zweiter Ordnung	112
16.1	Der allgemeine Fall: nicht konstante Koeffizienten	112
16.2	Die Lagerhaltungs-Gleichung (lineare Differenzgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten und konstanter Inhomogenität)	113
IV	Der Ausbau induktiver Techniken zur Behandlung von linearen Differenzgleichungen höherer Ordnung	114
§ 17	Die Lösungsgesamtheit linearer homogener Differenzgleichungen beliebig hoher Ordnung	114
17.1	Kriterien für die lineare Unabhängigkeit von Vektoren im \mathbb{R}^n	114
17.2	Lineare Gleichungssysteme	115
17.3	Die Grundzüge des Gaußschen Algorithmus	117
17.4	Bemerkung zu Determinanten	126
17.5	Das charakteristische Polynom	129
17.6	Mehrfachwurzeln der charakteristischen Gleichung	134
17.7	Komplexe Wurzeln	139
§ 18	Die Lösungsgesamtheit inhomogener linearer Differenzgleichungen	142
18.1	Konstante Inhomogenität	143
18.2	Das charakteristische Polynom im Prozeß der Homogenisierung	143
18.3	Diskussion von Beispielen und speziellen Funktionstypen	146
18.4	Versuchslösungen	151
18.5	Konvergenz, Stabilität, Gleichgewicht	153
V	Innermathematische Anwendungen	158
§ 19	Figurierte Zahlen	158
19.1	Polygonalzahlen	161
19.2	Pyramidalzahlen	162
§ 20	Summierung	163
§ 21	Flächeninhalte	165

§ 22 Irrfahrten	171
22.1 Die symmetrische Irrfahrt	171
22.2 Die asymmetrische Irrfahrt	175
22.3 Untersuchung von Strategien bei Glücksspielen	178
§ 23 Mittelwerte und gleitende Durchschnitte	183
§ 24 Das Verfahren von Heron	190
VI Wachstumsprozesse in rekursiver Darstellung	193
§ 25 Vorbemerkungen zu Fragen der Begriffsbildung; Abgrenzung der behandelten Problemkreise	193
§ 26 Einige Typen vorwiegend endogen erklärter Wachstumsprozesse von isolierten Populationen	197
26.1 Freies Wachstum und Tilgungswachstum	198
26.2 Logistisches Wachstum	201
26.3 Ertrag, Phasenkurve, Gleichgewicht	203
26.4 Wachstum bei Selbstvergiftung	206
§ 27 Einige Typen vorwiegend exogen erklärter Wachstumsprozesse von isolierten Populationen	210
27.1 Sättigungswachstum	210
27.2 Sättigungswachstum mit Schwellenwert	211
27.3 Abhängigkeit der Zuwachsrates von der Populationsgröße; Linearisierung	213
§ 28 Zwei interagierende Populationen	216
28.1 Räuber-Beute-Systeme (Modellbeschreibung)	217
28.2 Gleichgewichtszustände in Räuber-Beute-Systemen	219
28.3 Konkurrenz	223
§ 29 Modelle mit drei Populationen	225
29.1 Wachstum und Absterben einer Bakterienkultur	225
29.2 Stoffmengenänderungen bei chemischen Reaktionen	226
VII Anwendungen wirtschaftlicher Natur	232
§ 30 Beschreibung, Gliederung und Abgrenzung der behandelten Problemkreise	232
§ 31 Die Zuteilung von Bausparverträgen anhand des Saldensummen-Kriteriums	232
§ 32 Ein Lagerhaltungsmodell	237
32.1 Die allgemeine Modellbeschreibung	237
32.2 Ein spezielles Zahlenbeispiel	241
§ 33 Die Darstellung periodischer Lösungen durch Amplitude und Phasenverschiebung	245
§ 34 Grundbegriffe aus der Theorie des Wirtschaftskreislaufs und des Volkseinkommens	247
34.1 Die Darstellung des Wirtschaftsprozesses im Kontensystem	248
34.2 Der Begriff der autonomen und der induzierten Investitionen	252
34.3 Bemerkungen zur "ex-post"-Gleichheit von Investition und Ersparnis und zu den Beschränkungen des begrifflichen Rahmens	253

§ 35	Modelle ohne induzierte Investitionen	254
	35.1 Einmaliger Investitionsstoß	254
	35.2 Arithmetisch steigende Investitionen	255
	35.3 Geometrisch wachsende Investitionen	256
§ 36	Modelle mit induzierten Investitionen	258
	36.1 Die Grundannahmen der Modelle von Samuelson, Harrod und Hicks	258
	36.2 Das Modell von Samuelson	259
	36.3 Das Modell von Hicks	261
VIII Anwendungen in der Physik		264
§ 37	Beschreibung von Bewegungen	264
	37.1 Registrierung von Bewegungen	264
	37.2 Bewegungen mit konstanter Geschwindigkeit	266
	37.3 Bewegungen mit nichtkonstanter Geschwindigkeit	267
§ 38	Die Grundgleichung der Mechanik	271
	38.1 Herleitung der Gleichung	271
	38.2 Fallbewegungen	272
§ 39	Harmonische Schwingungen	275
	39.1 Freie, ungedämpfte Schwingungen	276
	39.2 Gedämpfte Schwingungen	280
	39.3 Erzwungene Schwingungen; Resonanz	281
§ 40	Himmelsmechanik	283
	40.1 Das Gravitationsgesetz	283
	40.2 Satelliten- und Planetenbahnen	284
§ 41	Radioaktivität	288
	41.1 Zerfallsprozesse	288
	41.2 Produktion radioaktiver Substanzen	290
	41.3 Zerfallsreihen	291
IX Schlußbemerkungen		294
§ 42	Methodologische Bemerkungen	294
	42.1 Integration, Kontinuität, Ausgewogenheit	296
	42.2 Heuristik und Methodologie	298
§ 43	Das Arbeiten mit Modellen	304