

## 1. Auf der Suche nach neuen Wegen

Magnet und Gosis	5
Die Grenzen unseres bisherigen Vorgehens	6
Eine neue Bezeichnung	8
Wir zerlegen das bisher Unzerlegbare	9
Aufgaben	11

## 2. Logische Funktionen einer Variablen. Mengen

Große Buchstaben und kleine Buchstaben	15
Subjekt und Prädikat	16
Eigenschaft und Ding. Ausblick auf die Relationen	16
Menge und Element	17
Zwei Mengen in einer Grundmenge	22
Quantoren. Wodurch wird aus einer Aussageform eine Aussage?	26
Die zwischen zwei Mengen möglichen Beziehungen. Die leere Menge	27
Eine Zeichnung an Stelle mehrerer Zeichnungen	33
Aufgaben	36

## 3. Schließen mit Hilfe von Zeichnungen

CARROLL und die Känguruhs	40
Zeichnungen. Formeln	45
Teilmengen	47
Elemente	48
Gleichheit von Mengen	49
Der Durchschnitt	51
Die Vereinigung	52
Die Komplementärmenge	53
Logische Symbole. Symbole der Mengenlehre	54
Fernsehen und Stubenhocker	54
Löbau, Junggesellen, Leidenschaften	56
Basketballtraining	59
Mit oder ohne Zeichnung?	60
Lösung ohne Zeichnung	63
Aufgaben	65

#### \*4. Schließen in formalen Schritten

Unser Programm	67
Wir ordnen unsere Hilfsmittel, zunächst die Identitäten	67
Andere wichtige Schlußfiguren	69
Umformungsregeln	71
Lohnt es sich, mit weniger Hilfsmitteln zu arbeiten?	72
Ein alter Schluß in neuer Form	73
Der Hinweispfeil	76
Einander widersprechende Prämissen	79
Einführung weiterer Prämissen im Verlauf einer Ableitung. Indirekter Beweis	80
Beweis von Identitäten durch Ableiten	82
Aufgaben	83

#### \*5. Quantor-Schlüsse

$\forall$ -Elimination, $\exists$ -Einführung ( $-\forall$ , $+\exists$ )	85
$\forall$ und $\wedge$ , $\exists$ und $\vee$	87
Eine leere Grundmenge?	89
Anwendung auf zusammengesetzte Formeln	91
Reguläre Substitutionen	92
$\forall$ -Einführung, $\exists$ -Elimination ( $+\forall$ , $-\exists$ )	94
Gegenargumente	95
Aussageformen in der Ableitungskette	97
Offene Formeln in der Ableitungskette	98
Allgemeingültige offene Formeln	99
Anwendung auf zwei Quantor-Schlüsse	100
Anwendung auf zwei andere Quantor-Schlüsse	101
Welche Formeln sind trotzdem wahr?	102
„Ein schwacher Quantor-Schluß“	103
Einschränkung für die $\exists$ -Elimination: Es muß stets für jede bei dieser Schlußregel auftretende freie Variable ein neues Zeichen (Quadrat oder ähnliches Zeichen) benutzt werden.	104
Erste Einschränkung für die $\forall$ -Einführung: Reguläre Substitutionen in beiden Richtungen	106
Zweite Einschränkung für die $\forall$ -Einführung: Die Formel darf keine freie Variable (Quadrat, Dreieck usw.) enthalten, die aus einer $\exists$ -Elimination stammt.	109
Dritte Einschränkung für die $\forall$ -Einführung: Die Formel darf von keiner Prämisse abhängen, die eine freie Variable (Quadrat, Dreieck usw.) enthält.	111
Was nützen uns die Quantor-Schlüsse?	112
Die Quantor-Schlüsse — eine Zusammenfassung	113
Beispiele	114
Aufgaben	121

## **6. Logische Funktionen mit mehreren Variablen. Relationen**

Verwicklungen bei einem alltäglichen Schluß	123
Logische Funktionen zweier Variablen	124
Bewähren sich unsere Hilfsmittel auch jetzt?	128
Hat auch eine spätere Stunde „Gold im Munde“?	130
Rückzug	133
Aussagen und logische Funktionen	133
Darstellung in Koordinaten	135
Zurück zur alten Darstellung!	139
Definition logischer Funktionen durch Aufzählung Eigenschaften, Relationen	141
Einige zweistellige Relationen und ihre Eigen- schaften	144
Aufgaben	150

## **\*7. Formalisierung und Ableitung bei Funktionen mit mehreren Variablen**

Übersetzungsübungen	153
Ausblick auf den erweiterten Funktionenkalkül	163
Ableitungsübungen	164
Eine Aufgabe mit drei Variablen	170
Versteckte Prämissen	172
Aufgaben	173

## **8. Bilanz**

Was haben wir erreicht?	176
Das Aeiou-Wortproblem	178

## **Anhang**

<b>Syllogismen mit heutigen Augen</b>	183
<b>Seltsame Sätze</b>	203
<b>Lösungen der Aufgaben</b>	207
<b>Logische Schlußfiguren und Schlußregeln</b>	244
<b>Literaturverzeichnis</b>	248
<b>Sach- und Namenverzeichnis</b>	249

Die mit einem Stern (\*) gekennzeichneten Kapitel sind schwieriger als die übrigen. Sie erfordern eine größere Aufmerksamkeit des Lesers.

Die schwierigeren Aufgaben in diesem Buch sind ebenfalls mit einem Stern gekennzeichnet.

Zum Verständnis des Kapitels „Syllogismen mit heutigen Augen“ im Anhang ist nur die Kenntnis der ersten drei Kapitel notwendig. Das Kapitel „Seltsame Sätze“ im Anhang setzt nicht einmal diese voraus.