

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	7
1. Einige mathematische Grundlagen	9
1.1. <i>Aussagen und Aussageformen</i>	10
1.1.1. Aussagen	10
1.1.2. Aussageformen	10
1.1.3. Variable	12
1.1.4. Variablenbindung	13
1.1.5. Ausdrücke	14
1.1.6. Aussagenfunktionen	14
1.1.7. Logische Identitäten	15
1.2. <i>Der Folgerungsbegriff</i>	17
1.2.1. Definition des Folgerungsbegriffs	17
1.2.2. Konsequenzen aus der Definition	19
1.2.3. Der Folgerungsbegriff im Zusammenhang mit Axiomensystemen	21
1.2.4. Der Folgerungsbegriff für Aussagen	24
1.2.5. Das Gewinnen von Folgerungen	26
1.3. <i>Das Beweisen</i>	27
1.3.1. Definition des Begriffs „Beweis“	27
1.3.2. Schlußregeln	29
1.3.3. Systeme von Schlußregeln	39
1.3.4. Benutzung logischer Sätze beim Schließen	44
1.3.5. Logische Analyse einiger Beweise	47
2. Einige psychologische Voraussetzungen	55
2.1. <i>Zum entwicklungspsychologischen Aspekt</i>	56
2.2. <i>Zum denkpsychologischen Aspekt</i>	59
2.3. <i>Zum lernpsychologischen Aspekt</i>	64
3. Einige methodische Probleme des Beweisens im Unterricht	69
3.1. <i>Besonderheiten der unterrichtlichen Behandlung von Beweisen</i>	70
3.1.1. Inhaltliche Orientiertheit	70

3.1.2.	Schließen ohne Angabe der Regeln	70
3.1.3.	Komplexheit von Beweisschritten	72
3.1.4.	Fehlen einer strengen Axiomatik	74
3.2.	<i>Beurteilung von Schülerleistungen im Beweisen</i>	76
3.2.1.	Möglichkeiten der Beurteilung von Schülerleistungen im Beweisen	76
3.2.2.	Gesichtspunkte für eine qualitative Beurteilung von Beweisversuchen	78
3.2.3.	Zur praktischen Durchführung des Beurteilens	86
3.3.	<i>Beweisleistungen von Schülern der Klassenstufe 7 nach der früheren Unterrichtspraxis</i>	88
3.3.1.	Wiedergeben eines Beweises	89
3.3.2.	Selbständiges Führen von Beweisen	91
3.3.3.	Vergleich der Beweisleistungen vom Beginn und vom Ende des siebenten Schuljahrs	97
3.3.4.	Vergleich der Beweisleistungen mit den Mathematikzensuren der Schüler	98
3.3.5.	Ursachen für Fehlleistungen	99
3.3.6.	Schlußfolgerungen	100
3.3.7.	Die Einstellung der Schüler zu Beweisaufgaben im früheren Mathematikunterricht	103
3.4.	<i>Schritte zur Entwicklung von Fähigkeiten im Beweisen</i>	106
3.4.1.	Propädeutik des Beweisen in den unteren Klassen	107
3.4.2.	Unterscheidung von Definitionen und Sätzen	112
3.4.3.	Motivierung des Beweisen	124
3.4.4.	Erlernen wichtiger Schlußweisen	139
3.4.5.	Wiedergeben von Beweisen	148
3.4.6.	Selbständiges Führen von Beweisen	154
3.5.	<i>Zur Überwindung einzelner Hemmnisse für die Bewältigung von Beweisaufgaben</i>	166
3.5.1.	Schwierigkeiten bei arithmetischen Beweisaufgaben	166
3.5.2.	Schwierigkeiten bei geometrischen Beweisaufgaben	170
3.5.3.	Schwierigkeiten bei Beweisführungen mit Hilfe der vollständigen Induktion	174
	Schlußbemerkungen	178