

Inhalt

A. Kardinalzahlen	11
A. 1 Mengen und Kardinalzahlen	11
Aufgaben	18
A. 2 Endliche Kardinalzahlen; Anordnung, Addition, Subtraktion .	19
Anordnung der Kardinalzahlen	21
Addition von Kardinalzahlen	24
Subtraktion von Kardinalzahlen	28
Aufgaben	30
A. 3 Multiplikation von Kardinalzahlen	31
Aufgaben	37
B. Größenbereiche, natürliche Zahlen	39
B. 1 Größenbereiche	39
Strecken und Längen	40
Theorie der Größenbereiche	42
Ergänzungen	49
Aufgaben	51
B. 2 Natürliche Zahlen, Induktionseigenschaft	52
Vollständige Induktion	54
Anwendung der Zahlen zum Numerieren	58
Ergänzungen	60
Aufgaben	62
B. 3 Vervielfachung, Multiplikation, Division	63
Vervielfachung von Größen	64
Multiplikation natürlicher Zahlen	69
Division natürlicher Zahlen	71
Aufgaben	73
B. 4 Rekursive Definitionen; Bezeichnungsweisen für natürl. Zahlen	74
Stellenwertsysteme	77
Grundsätzliches über Zahlen und ihre Namen	81
Aufgaben	84

B. 5	Beweis des Induktionssatzes; strukturelle Kennzeichnung der natürlichen Zahlen	85
	Induktionseigenschaft und Wohlordnung	85
	Beweis des Induktionssatzes	87
	Einzigkeit des Begriffs der natürlichen Zahl	92
	Aufgaben	97
C.	Teilbarkeit, Bruchzahlen	99
C. 1	Deutung der natürlichen Zahlen als Operatoren	99
	Natürliche Zahlen als Strecker	101
	Hintereinanderausführung von Streckern	103
	Kleinerbeziehung, Addition	107
	Wichtige Eigenschaften der Zahloperatoren	111
	Aufgaben	113
C. 2	Größenbereiche mit Teilbarkeitseigenschaft; konkrete Bruchrechnung	115
	Beispiele von Größenbereichen mit Teilbarkeitseigenschaft ...	116
	Konkrete Bruchrechnung	119
	Aufgaben	125
C. 3	Einführung der Bruchzahlen als Operatoren	125
	Strecker und Staucher, Bruchzahlen	126
	Multiplikation von Bruchzahlen	131
	Kleinerbeziehung, Addition	133
	Vergleich der Zahlenbereiche \mathbb{B} und \mathbb{N}	136
	Aufgaben	139
C. 4	Anwendung und strukturelle Kennzeichnung der Bruchzahlen	140
	Vervielfachung von Größen mit Bruchzahlen	141
	Produkte und Quotienten von Bruchzahlen	143
	Kommensurabilität	146
	Dreisatzrechnung	149
	Charakterisierung der Bruchzahlen	152
	Aufgaben	153
C. 5	Die Existenz von Größenbereichen mit Teilbarkeitseigenschaft	154
	Aufgaben	159
D.	Ganze Zahlen, rationale Zahlen	160
D. 1	Längen und Verschiebungen; angeordnete abelsche Gruppen .	160
	Verschiebungen einer Geraden	160
	Abelsche Gruppen oder Moduln	165

Anordnung des Moduls der Verschiebungen	169
Ergänzungen	171
Aufgaben	173
D. 2 Erweiterung von Größenbereichen zu angeordneten Moduln ..	174
Erweiterung von \mathcal{G} zu dem Gebilde $\langle \mathfrak{A}, +, < \rangle$	177
Beweis von (Ass) und (Mon) für das Gebilde $\langle \mathfrak{A}, +, < \rangle$	180
Eindeutige Bestimmtheit des angeordneten Moduls \mathfrak{A} durch den Größenbereich \mathcal{G}	183
Aufgaben	188
D. 3 Einführung und Anwendung der ganzen und der rationalen Zahlen	189
Vervielfachung von Modulelementen, Multiplikation	190
Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	199
Angeordnete kommutative Ringe mit Eins	200
Aufgaben	204
D. 4 Kennzeichnungen der ganzen und der rationalen Zahlen	205
\mathbb{Z} und \mathbb{Q} als spezielle angeordnete Moduln	206
\mathbb{Z} und \mathbb{Q} als spezielle Mengen von Operatoren in angeordneten Moduln	207
\mathbb{Z} als kleinster angeordneter kommutativer Ring mit Eins ...	209
\mathbb{Q} als kleinster angeordneter Körper	211
Aufgaben	213
Literaturhinweise	215
Sachverzeichnis	217
Lösungen zu den Aufgaben	223