

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
Vorbereitungen: KONTINUUM UND ZAHLEN	9
Das Kontinuum	9
Was sind und was sollen die Zahlen?	13
Variable, Funktionen und Kontinuität	19
 Kapitel 1: PROPÄDEUTIK	 23
1.1 Differentiale	25
1.2 Stetigkeit à la Cauchy	29
1.3 Existenz von Extremstellen	32
1.4 Existenz von Nullstellen	35
1.5 Integrale	37
1.6 Der "Fundamentalsatz" des Calculus	42
1.7 Vom Nutzen divergenter Reihen: Die harmonische Reihe	44
1.8 Das Infinitesimalverhalten der elementaren Funktionen	48
1.9 Unendliche Reihen, Konvergenz und Divergenz	50
1.10 Die Reihenentwicklung der Exponentialfunktion	55
1.11 Die Eulersche Formel $e^{i\phi} = \cos \phi + i \cdot \sin \phi$	58
1.12 Die Vieldeutigkeit des Logarithmus	60
1.13 Weitere Reihenentwicklungen	62
1.14 Deltafunktionen	65
1.15 Vom Nutzen divergenter Funktionenreihen für den Kalkül	67
1.16 Vom Nutzen divergenter Funktionenreihen für die Klärung von Begriffen	75
Desiderata	80
 Kapitel 2: DIE OMEGAZAHLEN	 83
2.1 Wie erweitert man Zahlbereiche?	83
2.2 Die Adjunktion von Ω	84
2.3 Zahlbereichserweiterung durch Folgenringe	91
2.4 Vergleich der beiden Zugänge	99
 Kapitel 3: MENGEN UND FUNKTIONEN	 105
3.1 Allgemeine Überlegungen zum Begriff "intern"	105
3.2 Mengen von natürlichen Omegazahlen	111
3.3 Mengen von reellen Omegazahlen	114
3.4 Zahlfolgen und Konvergenzbegriffe	116
3.5 Reelle Funktionen; Stetigkeit	126
3.6 Interne Funktionen	131

Kapitel 4: DIFFERENTIAL- UND INTEGRALRECHNUNG	137
4.1 Differentiale und Ableitungen	137
4.2 Integrale	144
4.3 Differentialgleichungen und Gleichungen mit Ableitungen	147
4.4 Polynome unendlichen Grades	155
4.5 Deltafunktionen	161
4.6 Distributionen	165
Kapitel 5: SPEZIELLE THEMEN AUS DER ANALYSIS	173
5.1 Summation divergenter Reihen	173
5.2 Darstellung von periodischen Funktionen und Distributionen	181
5.3 Die Gammafunktion	186
5.4 Metrische Räume und das Prinzip "aus beinahe folgt nahe bei"	192
Kapitel 6: HISTORISCHES UND PHILOSOPHISCHES	196
6.1 Einige Vorbehalte	196
6.2 Die voreuklidischen Infinitesimalien und ihre Elimination	199
6.3 Das 17. Jahrhundert	202
6.4 Leonhard Euler (1707-1783)	206
6.5 Augustin-Louis Cauchy (1789-1857)	211
6.6 Bernard Bolzano (1781-1848)	216
6.7 Wege ins 20. Jahrhundert	220
6.8 Paradoxien	222
6.9 Zur Philosophie der Mathematik	233
Kapitel 7: AUSBLICKE	242
7.1 Infinitesimalien im Unterricht?	242
7.2 Zur Literatur und zur Entwicklung in Lehre und Forschung	250
7.3 Probleme mit Lösungen	254
Einige Zeichen	262
Literaturverzeichnis	263
Alphabetisches Register	266