

Inhalt

0.	Vorbemerkung	5
1.	Im Vektorraum der $m \times n$ -Matrizen	5
1.1.	Die $m \times n$ -Matrix	5
1.1.	Einführung der Matrix	5
1.2.	Die einreihige Matrix (Vektor im engeren Sinn)	6
1.3.	Darstellung einer Matrix durch Reihenvektoren	7
1.4.	Transposition einer Matrix	7
1.5.	Aufgaben	8
1.2.	Die additive Gruppe	9
2.1.	Die Summe von Matrizen	9
2.2.	Eigenschaften der Summe	10
2.3.	Differenz und Gleichheit von Matrizen	11
2.4.	Quadratische Matrizen und Sonderfälle	12
2.5.	Aufgaben	13
1.3.	Der Vektorraum der $m \times n$ -Matrizen	14
3.1.	Skalare Multiplikation der $m \times n$ -Matrizen	14
3.2.	Linearkombination von $m \times n$ -Matrizen	16
3.3.	Basissystem und Dimension	16
3.4.*	Matrizengleichungen	17
3.5.*	Einige Vektorräume quadratischer Matrizen	18
3.6.	Aufgaben	19
2.	Von Algebraischen Strukturen	22
2.1.	Erklärung einer Auswahl von Axiomen	22
2.2.	Übersicht über Algebraische Strukturen	23
3.	Das Produkt von Matrizen	26
3.1.	Das Produkt von Reihenvektoren	26
1.1.	Skalarprodukt und Betrag	26
1.2.	Das Distributivgesetz	27
1.3.	Ein Basissystem für Reihenvektoren	27
1.4.**	Orthogonale Reihenvektoren. Orthonormiertes System	28
1.5.	Aufgaben	30
3.2.	Das Produkt $\mathfrak{A}_{f \times g} \cdot \mathfrak{B}_{g \times h}$	31
2.1.	Definition des Produkts	31
2.2.	Einheitsmatrizen	32
2.3.*	Produkte von transponierten Matrizen	33
2.4.	Das Assoziativgesetz	34
2.5.	Das Distributivgesetz	36
2.6.	Aufgaben	37
3.3.*	Ringe, Ideale und Algebren	39
3.1.*	Der Ring quadratischer Matrizen. Nullteiler	39
3.2.*	Unterringe und Ideale	40

3.2.1*	Spezialisierung nach den Elementen der Matrix	40
3.2.2**	Spezialisierung nach Reihensummen	40
3.3.*	Algebren	43
3.4.*	Die Matrix als Operator	44
4.1.*	Umformung der Matrix durch einen Multiplikator	44
4.2.	Einige besondere Operatoren	45
3.5.*	Permutationsmatrizen	46
5.1.*	Die Permutationsmatrix als Operator.	46
5.2.	Die multiplikative Gruppe. Zyklische und andere Untergruppen	49
5.3.	Die Gruppe der dreireihigen Permutationsmatrizen und ihre Untergruppen.	50
5.4.**	Orthogonale Matrizen	51
5.5.	Aufgaben	52
3.6.*	Weitere Mengen von Matrizen	54
6.1.	Diagonalmatrizen	54
6.2.	Dreiecksmatrizen	54
6.3.	Der Komplexe Körper	55
6.4.**	Der Quaternionenschiefkörper.	56
6.4.1.**	Erstes Modell der Quaternionen	56
6.4.2.**	Weitere Quaternionenmodelle	57
6.4.3.**	Konjugierte Quaternionen. Norm	58
6.4.4.**	Viergliedrige Potenzsummen	59
6.5.*	Vektorräume über Schiefkörpern von Matrizen	60
6.6.	Aufgaben	61
3.7.*	Einige Anwendungen der Matrizenrechnung	63
7.1.*	Inzidenzmatrizen	63
7.2.*	Dominanzmatrizen.	66
7.3.**	Graphen und Knotenmatrizen	67
7.4.*	Lochkarten zur Matrizen-Multiplikation	69
7.5.**	Stochastische Matrizen	70
7.5.1.**	Einführendes Beispiel.	70
7.5.2.**	Allgemeine Eigenschaften der stochastischen Matrizen.	71
7.5.3.**	Beispiel für die Multiplikation stochastischer Matrizen	72
7.6.**	Verteilungsmatrizen	73
7.6.1.**	Einführendes Beispiel.	73
7.6.2.**	Permutationen in einer endlichen Menge	75
7.7.	Aufgaben	76
3.8.**	Zur Algebra der Reihensummenmatrizen	80
8.1.**	Bildung von Reihensummenmatrizen	80
8.2.**	Ein Basissystem	81
8.3.**	Übergang zum Basissystem der Permutationsmatrizen.	84
8.3.1.	Darstellung von p_{nn}	84
8.3.2.	Darstellung der übrigen p_{ik}	84
8.3.3.**	Zusammenhang der beiden Basissysteme	86
8.3.4.**	Die vierreihigen RSM als Beispiel	87
8.4.**	Die Multiplikation in einer Algebra.	89
8.4.1.	Beispiel: Zweireihige Reihensummenmatrizen	89
8.4.2.	Beispiel: Dreireihige RSM.	90
8.4.3.	Beispiel: Basissystem für beliebige Matrizen	91
	Sachverzeichnis	93