

INHALTSVERZEICHNIS

Einleitung. Definitionen des Dreiecks	1
I. Die merkwürdigen Punkte und Linien des Dreiecks in elementargeometrischer Betrachtung	2
1. Schnittpunktsätze	2
II. Ein einheitliches Beweisprinzip	4
1. Der Satz des MENELAOS	5
2. Der Satz des CEVA und seine Umkehrung	6
3. Die merkwürdigen Linien des Dreiecks	11
III. Eine Relation für die Ecktransversalen durch einen beliebigen Punkt des Dreiecks	13
1. Satz für die Ecktransversalen durch einen beliebigen Punkt	13
IV. Merkwürdige Linien im Dreieck	15
1. Die EULERSche Gerade	15
2. Der FEUERBACHSche Kreis	18
3. Das Höhenfußpunktdreieck	22
4. Der Inkreis und die drei Ankreise des Dreiecks	28
V. Punkte und Linien des Dreiecks in neuerer Forschung	44
1. Der MIQUELSche Satz	44
2. Die SIMSONSche Gerade	47
3. Der Flächeninhalt des MIQUELSchen Fußpunktdreiecks	48
4. Der LÉMOINE-GRÉBESche Punkt	50
5. Der NAGELSche Punkt	53
6. Der SPIEKERSche Kreis	56
7. Der BROCARDSche Punkt	58
8. Der BROCARDSche Winkel	60
9. Zwei Dreiecke zum BROCARDSchen Punkt	61
10. Die BROCARDSchen Fußpunktdreiecke	61
11. Die LÉMOINESchen Kreise	64
12. Zwei Dreiecke im BROCARDSchen Kreis	70
13. Der STEINERSche Punkt	74

VI. Untersuchung der merkwürdigen Punkte und Linien des Dreiecks mit den Methoden der analytischen Geometrie	75
1. Die vier bekannten Punkte des Dreiecks	75
2. Beweise mit Hilfe der HESSESchen Normalform	79
3. Die EULERSche Gerade	81
4. Der FEUERBACHSche Kreis	82
VII. Merkwürdige Punkte und Linien des Dreiecks in der Vektoralgebra	84
1. Die Seitenhalbierenden	84
2. Die Höhen	86
3. Die Mittelsenkrechten der Seiten	87
4. Die Winkelhalbierenden	87
5. Die EULERSche Gerade	88
VIII. Merkwürdige Punkte des Dreiecks und ihre baryzentrischen Koordinaten	92
1. Addition und Subtraktion von Punkten	92
2. Produkte von Punkten	93
3. Der Begriff der baryzentrischen Koordinaten	94
4. Teilflächen des Dreiecks als baryzentrische Koordinaten eines beliebigen Punktes des Dreiecks	96
5. Die baryzentrischen Koordinaten bestimmter Punkte des Dreiecks	97
a) Der Mittelpunkt des dem Dreieck eingeschriebenen Kreises	97
b) Der Mittelpunkt des dem Dreieck umgeschriebenen Kreises	98
c) Der Schwerpunkt des Dreiecks	99
d) Der Höhenschnittpunkt	100
e) Der Mittelpunkt des FEUERBACHSchen Kreises	100
f) Der NAGELSche Punkt	101
g) Der Mittelpunkt des SPIEKERSchen Kreises	102
h) Der LÉMOINESche Punkt	104
i) Der Mittelpunkt des zweiten LÉMOINESchen Kreises	104
j) Die BROCARDschen Punkte	105
Lösungen der Aufgaben	107
Literaturhinweise	121