

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. DAS DIDAKTISCHE PROBLEM DES MATHEMATISCHEN ANFANGSUNTERRICHTS	1
1.1 Bisherige didaktische und methodische Überlegungen zum Ziel des Rechenunterrichts im ersten Schuljahr	1
1.1.1 Regel - Übung - Mechanisierung	3
1.1.2 Begriff - Veranschaulichung - Verständnis	5
1.2 Fehler im Rechnen - ihre Interpretation als Leistungsabfall oder entwicklungsbedingte Notwendigkeit	11
1.3 Arithmetik oder Mathematik in der Grundschule?	13
2. FORMALE DARSTELLUNG ENTWICKLUNGSPSYCHOLOGISCHER THEORIEN	20
2.1 Der Entwicklungsaspekt der Neopsychoanalyse oder die Theorie der Ergänzung	20
2.1.1 Was verändert sich in welchem System?	20
2.1.2 Welches sind die Ursachen der Veränderung?	22
2.1.3 Wie verläuft der Prozeß der Veränderung?	23
2.1.4 Welche Formen repräsentieren das Ergebnis der Veränderungen?	24
2.1.5 Gibt es Faktoren, die den Prozeß der Veränderung entscheidend beeinflussen und steuern können?	25
2.2 Der lerntheoretische Aspekt der Entwicklung oder die Theorie der Erweiterung	26
2.2.1 Was verändert sich in welchem System?	26
2.2.2 Welches sind die Ursachen der Veränderung?	28
2.2.3 Wie verläuft der Prozeß der Veränderung?	29
2.2.4 Welche Formen repräsentieren das Ergebnis der Veränderungen?	30
2.2.5 Gibt es Faktoren, die den Prozeß der Veränderung entscheidend beeinflussen und steuern können?	31
2.3 Der organismische Aspekt der Entwicklung oder die Theorie der Entfaltung	32
2.3.1 Was verändert sich in welchem System?	32
2.3.2 Welches sind die Ursachen der Veränderung?	36

	Seite	
2.3.3	Wie verläuft der Prozeß der Veränderung?	36
2.3.4	Welche Formen repräsentieren das Ergebnis der Veränderungen?	44
2.3.5	Gibt es Faktoren, die den Prozeß der Veränderung entscheidend beeinflussen und steuern können?	53
2.4	Die Stufen- und Phasentheorie in der Kinderpsychologie	58
3.	DARSTELLUNG VON VERSUCHEN ZUR QUANTITATIVEN ÜBERPRÜFUNG VON ZAHLBEGRIFFSENTWICKLUNG UND RECHENLEISTUNG	63
3.1	Testversuche zur Zahlbegriffsentwicklung	63
3.1.1	Überblick über die Ergebnisse von Zahlbegriffsuntersuchungen	64
3.1.2	Tabellarische Übersicht über die Versuchsanordnungen und Ergebnisse von Zahlbegriffsuntersuchungen	71
3.2	Untersuchungen zur Rechenleistung auf der Grundstufe	79
3.2.1	Abhängigkeit der Aufgabenschwierigkeit von der Größe der dabei verwendeten Zahlen	79
3.2.2	Zählen und Zahlbegriff	83
3.2.3	Typische Fehler beim Rechnen	84
3.2.4	Faktoren, welche die Rechenleistung beeinflussen	88
3.2.5	Zusammenfassung	91
4.	EMPIRISCHE UNTERSUCHUNG ZU ZAHLBEGRIFF UND RECHENLEISTUNG IM 1. SCHULJAHR	94
4.1	Darstellung der Abfolgen in der Zahlbegriffsbildung nach der Entwicklungstheorie von Piaget und Werner im Zusammenhang mit der Beschreibung einzelner Testanordnungen zur Überprüfung der Abfolgen	94
4.1.1	Stufe 1: Klassenbildung durch Abstraktion von Unterschieden zwischen Merkmalen - Identität einer Ordnung - Test A	96
4.1.2	Stufe 2: Asymmetrische Relationen und ihre Verbindung mit Klassen - Identität und Transitivität einer Ordnung - Test B	99

	Seite
4.1.3 Stufe 3: Loslösung der Zahlenschemata von der Wahrnehmungsgrundlage - Identität, Transitivität und Antimetrie einer Ordnung - Test C	101
4.1.4 Stufe 4: Loslösung der Operationen von statischen Zahlenschemata durch Seriation - Ordnungsbegriffe, Abgeschlossenheit einer Gruppe - Test D	103
4.1.5 Stufe 5: Reversible Operationen und die Invarianz der Zahl - Ordnungsbegriffe, Gruppenbegriffe: Assoziativität, neutrales Element, inverses Element - Test E	105
4.1.6 Stufe 6: Abbildung einer Ergebnismenge in unterschiedlichen Paarmengen; Addition und Subtraktion - Ordnungsbegriff, Gruppenbegriff - Test F	106
4.1.7 Stufe 7: Koordination von Kardinalzahl und Ordinalbeziehung - Zahlbegriff - Test G	108
4.2 Der Begriff der Perfektion	111
4.2.1 Lösungshäufigkeit und Lösungswahrscheinlichkeit	112
4.2.2 Möglichkeiten der Festlegung eines kritischen Perfektionsgrades	113
4.2.3 Beschreibung eines Modells zur Festlegung des Perfektionsgrades	116
4.2.4 Schätzung der Populationsanteile und der Lösungsparameter	118
4.2.4.1 Modell für die Zerlegung der Wahrscheinlichkeitsverteilung	118
4.2.4.2 Das Schätzverfahren	119
4.2.5 Festlegung eines Trennwertes für eine Aufgabenserie	120
4.2.6 Anwendung des Trennverfahrens auf den Zahlbegriffstest	121
4.3 Überprüfung und Testung von Entwicklungsabfolgen	122
4.3.1 Skalenanalytische Verfahren zur Überprüfung von Aufgabenabfolgen	123
4.3.2 Ein Ordnungsindex	125
4.3.3 Signifikanztest für den Ordnungsindex	127

	Seite
4.3.4 Die wahrscheinlichste individuelle Entwicklungsstufe	130
4.4 Zusammenfassende Darstellung der Untersuchungshypothesen	132
4.5 Beschreibung der Versuchsdurchführung	138
4.5.1 Testmaterial und Testanordnung	138
4.5.1.1 Zahlbegriffstest	138
4.5.1.2 Rechentest	144
4.5.1.3 Intelligenztest	147
4.5.2 Untersuchungspopulation und Stichprobe	156
4.5.3 Versuchsdurchführung	158
4.6 Auswertung der Daten und Darstellung der Ergebnisse	165
4.6.1 Zahlbegriffsentwicklung	165
4.6.1.1 Die Abfolge der Zahlbegriffsentwicklung	165
4.6.1.2 Alter und Zahlbegriffsentwicklung	180
4.6.1.3 Intelligenz und Zahlbegriffsentwicklung	181
4.6.1.4 Vergleich der Leistungen im Zahlbegriffstest von Kindergarten- und Schulkindern	184
4.6.1.5 Sind Verschiebungen in der Zahlbegriffsentwicklung bedingt durch die soziale Herkunft?	188
4.6.1.6 Geschlecht und Zahlbegriffsleistung	188
4.6.2 Rechenleistung	189
4.6.2.1 Die Abfolge in der Schwierigkeit von Rechenoperationen	189
4.6.2.2 Zahlbegriffsentwicklung und Rechenleistung	196
4.6.2.3 Rechenfehler und Zahlbegriff	199
4.6.2.4 Zählen und Rechenleistung	206
4.6.2.5 Rechenleistung und Intelligenz	206
4.6.2.6 Die Rechenleistungen von Jungen und Mädchen	207
4.6.2.7 Rechenleistung und soziale Herkunft	207

	Seite
5. ZUSAMMENFASSUNG	209
6. SCHLUSSFOLGERUNGEN	212
7. LITERATUR	215

Anhang