

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

<u>1. Beweisen als Lernziel und als Fähigkeit</u>	1
1.1. Was ist ein mathematischer Beweis ?	1
1.1.1. Kennzeichen mathematischer Beweise	1
1.1.2. Wichtige mathematische Beweisverfahren	3
1.2. Begründungen des Lernziels Beweisen	5
1.3. Beweisen im derzeitigen Unterricht	13
1.4. Beweise des derzeitigen Mittelstufenunterrichts	16
1.5. Klassifikation des Lernziels Beweisen	18
1.5.1. Das Klassifikationssystem von Merrill und Boutwell	18
1.5.2. Beweisen als Problemlösen	25
<u>2. Teilfähigkeiten des Beweisens und ihre Bedeutung für das Lösen von Beweisaufgaben</u>	28
2.0. Einleitung	28
<u>2.1. Der Lösungsprozeß beim Beweisen und benötigte Teilfähigkeiten</u>	30
2.1.0. Einleitung	30
2.1.1. Plan, Algorithmus und Heurismus	31
2.1.2. Ein Heurismus für aussagenlogische Beweisaufgaben (Die Arbeit von Lüer)	35
2.1.3. Diskussion der Arbeit von Lüer	39
2.1.3.0. Vorbemerkung	39
2.1.3.1. Analyse der Problemlage	39
2.1.3.2. Operatorauswahl und Suchraum	43
2.1.3.3. Erfolgsanalyse und Distanzmaß	47
2.1.3.4. Suchrichtung	50
2.1.3.5. Unterschiedliche Beweisverfahren	56
2.1.4. Heurismen für schulische Beweisaufgaben	58
2.1.5. Modell für den Lösungsprozeß einer Beweisaufgabe	61
2.1.5.1. Grobstruktur	62
2.1.5.2. Feinstruktur für Teilprozesse von Phase II	64
2.1.5.3. Zwei Beispiele	66
2.1.5.4. Teilfähigkeiten beim Beweisen	73
2.1.6. Rückblick	77

<u>2.2. Bedeutung der Teilfähigkeiten für das Lösen von Beweisaufgaben</u>	79
2.2.1. Lehren der Teilfähigkeiten als Bereitstellen interner Bedingungen für zukünftige Problemlösungsprozesse	79
2.2.2. Empirische Untersuchungen	81
2.2.3. Vorschläge von Fachdidaktikern zum Lehren des Beweisens	86
2.2.4. Zusammenfassung	89
<u>3. Untersuchung zum Lehren des Beweisens im Mathematikunterricht der Mittelstufe</u>	90
<u>3.1. Anlage der Untersuchung</u>	90
3.1.1. Fragestellung	90
3.1.2. Lernziele	92
3.1.3. Lehrmethode	94
3.1.4. Versuchsanordnung	97
3.1.4.1. Ein ideales Design	97
3.1.4.2. Das realisierte Design	99
3.1.5. Erhebungsinstrumente	102
<u>3.2. Durchführung des Unterrichtsversuchs</u>	105
<u>3.3. Ergebnisse und Interpretation</u>	110
3.3.1. Die Vorversuche	110
3.3.2. Vergleich zwischen Versuchs- und Kontrollklasse	111
3.3.2.1. Leistungen im Vortest	111
3.3.2.2. Leistungen im Nachtest	113
3.3.2.3. Vergleich	115
3.3.3. Entwicklung der Teilfähigkeiten	117
3.3.3.1. Lernziel 2.3 (Negieren)	119
3.3.3.2. Lernziel 1.1 (Voraussetzung und Behauptung angeben)	121
3.3.3.3. Lernziele 3.1 und 3.2 (Begründen; Beweise verstehen)	123
3.3.3.4. Lernziel 4.0 (Beweisen)	126
3.3.3.5. Zusammenfassende Beurteilung der Entwicklung der Teilfähigkeiten	128
3.3.4. Beziehungen zwischen Eingangsvoraussetzungen und Lernzielerreichung	129
3.3.5. Beziehungen zwischen Lernzielerreichung bei Beweisaufgaben und untergeordneten inhaltlichen und formalen Fähigkeiten	132
3.3.5.1. Inhaltsbereich: Strahlensätze	133
3.3.5.2. Inhaltsbereich: Ähnlichkeit	136

3.3.6. Die Bedeutung der Veranschaulichung	140
<u>4. Zusammenfassung und Ausblick</u>	144
Literaturverzeichnis	147
<u>Anhang</u>	
<u>1. Heurismen zum Beweisen</u>	A1
1.1. Heurismen aus der fachdidaktischen Literatur	A1
1.2. Der im Unterrichtsversuch benutzte Heurismus und die benutzte Merkhilfe für Beweismittel	A4
<u>2. Beweise im Unterrichtsversuch</u>	A6
2.1. Die im Unterricht bewiesenen Sätze	A6
2.2. Freiwillige Hausaufgaben	A8
2.3. Die benutzten Arbeitsblätter	A9
<u>3. Erhebungsinstrumente</u>	A16
3.1. Klassenarbeiten	A16
3.2. Tests	A23