

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	6
Bezeichnungen und Formeln	7
Eine kurze Zusammenfassung von Pascal	9
I. Einführende Probleme	13
1. Die Fakultät. Erste Begegnung mit der Rekursion	13
2. Die Fibonacci-Folge. Zweite Begegnung mit der Rekursion	15
3. Noch eine Rekursion. Halbierungsmethode	17
4. Das kühne Spiel. Triumph der Rekursion	19
5. Das Josephus-Problem	20
II. Zahlentheoretische Algorithmen	27
6. ggT und verwandte Probleme	27
6.1. Der Euklidische Algorithmus	27
6.2. Die Eulersche φ -Funktion	28
6.3. Der verallgemeinerte Euklidische Algorithmus	29
6.4. Sichtbare Punkte im ebenen Gitter	30
6.5. Der binäre ggT-Algorithmus	33
6.6. ggT und kgV	35
6.7. ggT für Zahlen über <i>maxint</i>	36
7. Alle Darstellungen von n in der Form $x^2 + y^2$	40
8. Pythagoräische Tripel	41
9. Rekursive Zählung von Gitterpunkten in einer Kugel	43
10. Siebe	48
10.1. Quadratfreie Zahlen	48
10.2. Sieb des Eratosthenes	49
10.3. Eine geschlossene Formel für eine unregelmäßige Folge	51
10.4. Ein Olympiade-Problem	51
10.5. Ulams Folge	54
11. Rotation eines Feldes	58
12. Partitionen	59
13. Das Geldwechselfproblem	61
14. Eine abstrakt definierte Menge	64
15. Ein einfaches rekursives Programm mit überraschendem Ergebnis	66
16. Die Folge Nr. 56 in Sloanes <i>A Handbook of Integer Sequences</i>	66
17. Primzahlen	72
17.1. Wie erkennt man eine Primzahl?	72
17.2. Empirische Untersuchung der Goldbach-Vermutung	74

17.3.	Primzahlzwillinge, Drillinge, Quadrupel	76
17.4.	Faktorisierung	79
18.	Darstellung von n als Summe von vier Quadraten	80
19.	Die beste rationale Approximation	88
20.	Das Maximum einer unimodalen Funktion	89
III.	Wahrscheinlichkeit	91
21.	Der Zufallsgenerator (ZG)	91
22.	Simulation geometrischer Wahrscheinlichkeiten	92
23.	Zufallsauswahl einer s -Teilmenge aus einer n -Menge	98
24.	Münzenwürfe für arme Leute	101
25.	Schieberegister: Noch eine Quelle billiger Münzenwürfe	105
26.	Münzenwürfe durch zellulare Automaten	109
27.	Das Periodenproblem	111
IV.	Statistik	115
28.	Verbundene Paare	115
29.	Die Bootstrap-Methode	120
30.	Permutationstest	122
31.	Zweistichproben-Problem von Wilcoxon-Mann-Whitney	124
32.	Der Zwei-Stichproben-Test	129
33.	Kendalls Rangkorrelation	130
34.	Die Binomialverteilung	134
35.	Hypergeometrische Verteilung. Fishers exakter Test	138
36.	Das Ganzfeld-Experiment	142
37.	Schätzung einer Wahrscheinlichkeit und eines Erwartungswertes	144
38.	Serien	145
39.	Bevölkerungsschwankungen. Noch ein Test des ZG	149
40.	Warten auf einen vollständigen Satz:	150
41.	Das Geburtstagsproblem. Eine $O(n^{1/4})$ -Faktorisierungsmethode	155
V.	Kombinatorische Algorithmen	158
42.	Sortieren	158
42.1.	Sortieren durch Auswahl	158
42.2.	Sortieren durch Einfügen	158
42.3.	Shellsort	159
42.4.	Quicksort	160
42.5.	Bucketsort	162
43.	Das k -te Element einer n -Menge	163
44.	Binäres Suchen	165
45.	Binäres Raten (20 Fragen)	167
46.	Das n -Damen-Problem	168

47.	Permutationen	171
47.1.	Permutationen als Anordnungen	171
47.2.	Permutationen als Umordnungen	172
47.3.	Permutationsprogramme	172
47.4.	Die Josephus-Permutation	174
48.	Spiele	175
49.	Das Teilsummen-Problem. Die Grenzen der Berechenbarkeit	179
VI.	Numerische Algorithmen	186
50.	Potenzen mit ganzen und reellen Exponenten	186
51.	Systematische Entwurf einer Quadratwurzelprozedur	188
52.	Der natürliche Logarithmus	196
53.	Die Inversen der trigonometrischen Funktionen	199
54.	Die Funktion \exp	201
55.	Der Kosinus	202
56.	Der Sinus	203
57.	Extrapolation zum Grenzwert	205
58.	Romberg-Integration	213
59.	Tausend Dezimalen von e	218
VII.	Vermischte Probleme	222
60.	Zwei geometrische Probleme	222
61.	Verkoppelte Differenzgleichungen. Die forward -Deklaration	225
62.	Kettenbrüche	226
63.	Schrumpfende Quadrate: Eine empirische Studie	231
64.	Doppelpunktfreie Gitterpfade	237
65.	Empirische Untersuchung eines sehr schwierigen Problems	239
	Referenzen	246
	Literaturhinweise	249
	Stichwortverzeichnis	250
	Lösungen der Aufgaben	252