

INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort

1.	Einführung	7
1.1	Zielsetzung der Arbeit	8
1.2	Inhaltlicher Überblick	12
1.3	Elementargeometrie - die Wissenschaft von Dreiecken, Vielecken und Kreisen	18
1.4	Die Rolle der Elementargeometrie in der Schule	20
1.5	Die Bedeutung historischer Betrachtungen für den Geometrieunterricht	23
2.	Wegbereiter der Neueren Dreiecksgeometrie	25
2.1	Elementare Dreiecksgeometrie im 19. Jahrhundert	26
2.1.1	Streiflichter zur Entwicklung der Elementargeometrie im 19. Jahrhundert	26
2.1.2	Klassische Transversalenschnittpunkte - merkwürdige Punkte	32
2.2	A.L. CRELLE	35
2.2.1	Zur Person	35
2.2.2	Zur Bedeutung der Abhandlung CRELLEs über Dreiecks-transversalen	37
2.2.3	Der Auslöser für CRELLEs Untersuchungen	38
2.2.4	Zur Arbeitsmethode	39
2.2.5	Ergebnisse	42
2.3	C.F.A. JACOBI	48
2.3.1	Zur Person	48
2.3.2	Ergebnisse	51
2.4	Der Satz des CEVA - Transversalendreiecke	57
2.4.1	Der Satz des CEVA - zur Entstehungsgeschichte	57
2.4.2	Beweise zum Satz des CEVA	58
2.4.3	Erweiterung des 'CEVA' - der Satz von ROUTH	62
2.4.4	Transversalendreiecke bei CRELLE und JACOBI	67
2.5	Ch. H. v. NAGEL - Elementargeometer und Lehrer	71
2.5.1	Untersuchungen zur Dreiecksgeometrie	71
2.5.2	Merkwürdige Punkte - zur Beweismethode NAGELs	74
2.5.3	Kollineare Punktetripel - merkwürdige Geraden	76

2.5.4	NAGELsche Punktepaare	79
2.5.5	Anmerkungen zum Feuerbachkreis und zur Person K. W. FEUERBACHs	84
2.5.6	Isoperimetrische Punkte	86
2.5.7	Biographische Skizze	89
3.	Elementargeometrie - ein Tätigkeitsfeld für Lehrer	97
3.1	Traditionen des 19. Jahrhunderts	98
3.1.1	Positive Tradition: Elementargeometrische Forschung	98
3.1.2	Negative Tradition: Diskrepanz zwischen Ausbildung und Berufswirklichkeit	103
3.2	Elementargeometrie in der Lehrerbildung	110
3.2.1	Elementargeometrie in der Lehrerausbildung	110
3.2.2	Elementargeometrie in der Lehrerfortbildung	119
3.2.3	Qualifikationsmerkmale	124
3.3	Bedeutung elementargeometrischer Tätigkeiten für das Selbstverständnis	126
3.3.1	Problemlösen - Sammeln von Erfahrung	126
3.3.2	Vertiefen elementargeometrischer Kenntnisse	129
3.3.3	Pflege elementargeometrischer Spezialgebiete	134
3.4	Bedeutung elementargeometrischer Kenntnisse für das Unterrichten	138
3.4.1	Fachwissenschaft - Fachdidaktik	138
3.4.2	Hintergrundwissen - Berufswissen	140
3.4.3	Anregungen für den Unterricht	141
3.4.4	Souveränität im Unterrichten	143
3.4.5	Lebendige Mathematik	145
4.	Merkwürdige Punkte im Geometrieunterricht	152
4.1	Geometrieunterricht im Wandel - Streiflichter	153
4.1.1	Erste kritische Stimmen gegen den Unterricht nach EUKLIDs 'Elementen'	153
4.1.2	"Die Lehrart der Mathematicorum"	158
4.1.3	Das Entstehen einer geometrischen Propädeutik	160
4.1.4	Auswirkungen auf den Mathematikunterricht	161
4.2	Dreiecksgeometrie in der Schule - Wandel der Methode	166
4.2.1	Erste Auswirkungen der Meraner Beschlüsse	166
4.2.2	Abbildungsgeometrie	167
4.2.3	Spiegelungsgeometrie	171

4.2.4	Vektorgeometrie	173
4.2.5	Rettung der Geometrie für den Schulunterricht	175
4.2.6	Wiedergeburt der Figurenlehre	178
4.3	Merkwürdige Punkte als exemplarisches Thema im Geometrieunterricht	181
4.3.1	Exemplarisches Unterrichten	181
4.3.2	Arbeitsprinzipien	182
4.4	Merkwürdige Punkte unter der Konzeption des entdeckenden Lernens	189
4.4.1	Rezeptives Lernen vs. entdeckendes Lernen	189
4.4.2	Entdeckendes Lernen im Unterricht	191
4.4.3	Entdeckungen mit einem beschränkten Vorrat an Hilfsmitteln	194
4.4.4	Spezielle Strategien zur Satz- und Beweisfindung	195
4.4.5	Beweisen und entdeckendes Lernen	199
4.5	Merkwürdige Punkte unter dem Aspekt des Übens	202
5.	Merkwürdige Punkte - Anregungen für Eigentätigkeiten	207
5.1	Überlegungen zum eigenständigen Arbeiten im Unterricht	208
5.1.1	Wie sieht der Unterrichtsalltag aus?	208
5.1.2	Eigenständiges Arbeiten - ein Unterrichtsbeispiel	210
5.1.3	Eigenständiges Arbeiten - Begriffsbildung	211
5.1.4	Eigenständiges Arbeiten - Problemlösen	213
5.1.5	Organisation des Unterrichts	214
5.2	Entdecken im Unterricht - ein Wechselspiel	216
5.2.1	Entdecken durch Konstruieren	216
5.2.2	Ein einheitliches Beweisschema	220
5.2.3	Anwendungen	223
5.2.4	Weiterführende Ideen	224
5.3	Ein Blick hinter die Kulissen	227
5.4	Unterricht als Vorbild zum Nach-Denken	230
5.5	Schülerarbeiten - Beispiele für Eigenaktivitäten	235
5.5.1	Gelenkte Aktivitäten	236
5.5.2	Eigenständige Aktivitäten	238
5.5.3	Vorschläge zum Einstieg in selbständiges Arbeiten	240
6.	Mathematikwettbewerbe und Dreiecksgeometrie	247
6.1	Mathematikwettbewerbe	248
6.1.1	Wettbewerbsziele	248

6.1.2	Wettbewerbsformen	252
6.1.3	Elementargeometrie in Wettbewerben	254
6.2	Aufgaben zur Dreiecksgeometrie in Wettbewerben	259
6.2.1	Aufgaben im Schulunterricht	259
6.2.2	Kennzeichen von Wettbewerbsaufgaben	260
6.2.3	Zur Entstehung von Wettbewerbsaufgaben	263
6.3	Training für Wettbewerbe	268
6.3.1	Was muß ein erfolgreicher Problemlöser können?	265
6.3.2	Wichtige heuristische Methoden bei der Lösung einfacher Probleme aus der Dreiecksgeometrie	271
6.3.3	Training an Aufgaben - Training für Aufgaben	277
	Anhang	290
	Literaturverzeichnis	291