

INHALTSVERZEICHNIS

Kapitel 1. VORBEREITUNG DES ANALYSISUNTERRICHTS

1. Mengenalgebra für Zwölfjährige	1
2. Mengenalgebra für Sechzehnjährige	6
3. Der Satz von Bertrand RUSSELL	12
4. Relationen (für Zwölfjährige)	15
5. Das Wichtigste über Relationen	17
6. Mengentheoretische Gesichtspunkte in der Geometrie	30
7. Relationen und Funktionen in der Geometrie	34
8. Die reellen Zahlen für Dreizehnjährige	35
9. Funktionen von \mathbf{R} nach \mathbf{R} für Vierzehnjährige	39
10. Die reellen Zahlen für Fünfzehnjährige	44
11. Die metrische Geometrie für Vierzehnjährige	47
12. Quantoren	51

Kapitel 2. ALLGEMEINE TOPOLOGIE FÜR SECHZEHNJÄHRIGE

1. Einleitung	69
2. Offene Mengen von Π	71
3. Abgeschlossene Mengen	78
4. Basen in Π , \mathcal{T}_{us}	81
5. Umgebungen	83
6. Metrische Räume	85
7. Topologische Räume	87
8. Hausdorff-Räume	90
9. Abgeschlossene Mengen und Umgebungen	92
10. Topologische Unterräume	94
11. Basen	100
12. Abgeschlossene Hülle	105
13. Umgebungsbasis (Fundamentalsystem von Umgebungen)	109

Kapitel 3. DIE TOPOLOGISCHEN RÄUME DER ELEMENTAREN ANALYSIS (16 JAHRE)

1. Der allgemeine Isomorphiebegriff	118
2. Gruppoid-Isomorphismus	119
3. Homöomorphismen	120
4. Homöomorphismen und Basen	121

5. Automorphismen der topologischen Räume	122
6. Automorphismen von Π , \mathcal{T}_{us}	122
7. Homöomorphismen der topologischen Unterräume	123
8. Übertragung einer Struktur durch Bijektion	124
9. Übertragung einer Topologie durch Bijektion	124
10. Der topologische Raum \mathbf{R} , \mathcal{T}_{us}	125
11. Automorphismen des topologischen Raumes \mathbf{R} , \mathcal{T}_{us}	126
12. Intervalle von \mathbf{R}	126
13. Jedes offene, nichtleere Intervall von \mathbf{R} ist homöomorph zu \mathbf{R}	127
14. (Übliche) Topologie der mehrpunktigen abgeschlossenen Strecken von \mathbf{R}	128
15. Die vervollständigte Zahlengerade $\bar{\mathbf{R}}$	129
16. Der topologische Raum $\bar{\omega}$, \mathcal{T}_{us}	131
17. Der Raum $\bar{\omega}$, \mathcal{T}_{us} und die Grenzwerte von Folgen	135
18. Eine faszinierende Methode zum Beweis der Resultate aus § 17	137
19. Produkt eines Paares topologischer Räume	139
20. Homöomorphismus und Produkt topologischer Räume	145
21. Der topologische Raum $\mathbf{R}^2 = \mathbf{R} \times \mathbf{R}$ als Definitionsbereich für die Verknüpfungen von \mathbf{R} , $+$, \cdot	146
22. Ein topologischer Raum zum Studium von Doppelfolgen	149

Kapitel 4. STETIGKEIT

1. Ungefähre Stetigkeitsvorstellung im angeborenen Grundwissen	153
2. Das Wort STETIG	156
3. Jordankurven und Mächtigkeit des Kontinuums	158
4. Jordankurven und stetige Funktionen	159
5. Die Stetigkeit von Transformationen in der Ebene	160
6. Globale Stetigkeit	160
7. Lokale Stetigkeit	163
8. In einem Punkt stetige Funktion	165
9. Transformationen der Ebene Π	172
10. Abbildungen topologischer Räume	178
11. Fundamentalsysteme von Umgebungen	180
12. Urbild von Umgebungen	183
13. Funktionen von \mathbf{R} nach \mathbf{R}	184
14. Verkettung	188
15. Das Urbild offener Mengen	189
16. Ein wesentliches Kennzeichen der Stetigkeit	193
17. Lokaler Charakter der Stetigkeit in einem Punkt	194
18. Produkt topologischer Räume	195
19. Ein grundlegendes Theorem für die Analysis	196
20. Übungen	200

Kapitel 5. STETIGE FUNKTIONEN UND STETIGE KURVEN

1. Stetige Funktionen von $\bar{\mathbf{R}}$ nach $\bar{\mathbf{R}}$	207
2. Bijektion einer Abbildung	209
3. Stetige Kurven oder Jordankurven	213
4. Das Cantorsche Diskontinuum	217
5. Cantorsche Surjektionen	220
6. Linksseitige und rechtsseitige Stetigkeit	225
7. Theorem von PEANO (1890)	226

Kapitel 6. KOMPAKTHEIT

1. Kompaktheit in $\mathbf{R}, \mathcal{T}_{us}$	237
2. Kompakte Räume	238
3. Theorem von BOREL-LEBESGUE	243
4. Quasi-kompakte und abgeschlossene Mengen	249
5. Kompaktheit in $\mathbf{R}, \mathcal{T}_{us}$	252
6. Das stetige Bild quasi-kompakter Mengen	254
7. Stetigkeit und Kompaktheit	256
8. Doppelte Extremaleigenschaft der kompakten Topologien	257

Anhang

Mathematiklehrpläne einer Kommission des CBPM	265
Literaturhinweise	285
Sach- und Namenverzeichnis	288