

# INHALTSVERZEICHNIS

<b>1. EINLEITUNG</b>	<b>2</b>
<b>1.1. Wie werden in der Literatur Lernprobleme in der Auseinandersetzung mit der Algebra behandelt?</b>	<b>4</b>
<b>1.1.1. Sachanalysen</b>	<b>4</b>
<b>1.1.2. Untersuchungen von Schülerfehlern</b>	<b>5</b>
<b>1.1.2.1. Inhaltsorientierte Ansätze</b>	<b>5</b>
<b>1.1.2.2. Kognitionspsychologische Ansätze</b>	<b>5</b>
<b>1.2. Folgerungen</b>	<b>6</b>
<b>1.3. Zum Modell von Anderson</b>	<b>7</b>
<b>1.3.1. Mustererkennung und Aktivierung</b>	<b>9</b>
<b>1.3.2. Zu den Grenzen von Andersons Modell</b>	<b>10</b>
<b>1.4. Aufbau der Untersuchung</b>	<b>11</b>
<b>1.5. Hospitationen</b>	<b>12</b>
<b>1.6. Kleingruppengespräche</b>	<b>12</b>
<b>1.7. Ergebnisse</b>	<b>13</b>
<b>1.7.1. Gelernte Hilfflosigkeit</b>	<b>14</b>

<b>2. PROBLEME, DIE BEIM LERNEN ALGEBRAISCHER INHALTE ENTSTEHEN</b>	<b>16</b>
2.1. Zur Diskussion um die alte Gleichungslehre	16
2.2. Zu neuen Konzeptionen	18
2.2.1 Steiner	18
2.2.2. Wäsche	19
2.2.3. Lauter	21
2.3. Ziele der modernen Gleichungslehre am Beispiel des Begriffs Lösung	21
2.4. Ein methodischer Vorschlag von Hänke	22
2.5. Versuche die Reformansätze zu verwirklichen	23
2.5.1. In der Grundschule	23
2.5.2. In der Orientierungsstufe	24
2.5.3. Zum Algebraunterricht im 8. und 9.Schuljahr	25
2.5.4. Zum Algebraunterricht in der Hauptschule	26
2.6. Zu den Vorschlägen von Hofsäß	27
2.7. Erfahrungen mit der modernen Gleichungslehre	28
2.8. Änderungsvorschläge	28
2.9. Curriculare Konsequenzen	30
2.10. Zur Umsetzung des modernen Konzepts in der Hauptschule	31
2.11. Zur Reduktion der Begrifflichkeit	33
2.12. Fazit	34

3. UNTERSUCHUNGEN VON SCHÜLERFEHLERN IN DER ALGEBRA	35
3.1. Fehler im Zusammenhang mit dem Variablenbegriff	36
3.1.1. Fehlerhafte Deutung der Variablen	37
3.1.2. Variable als konkrete Objekte oder als Namen von Objekten	37
3.1.3. Verwechslung von Konventionen in Arithmetik und Algebra	41
3.1.3.1. Zusammenschreiben ("conjoining") von Buchstaben	41
3.1.3.2. Zur Stellenwertschreibweise	41
3.1.3.3. Buchstaben zur Darstellung bestimmter Größen	42
3.1.4. Die Deutung der Variablen als Buchstaben (des Alphabets)	43
3.1.5. Fehler, die sich aus dem Umgang mit der Struktur ergeben	45
3.1.6. Fehler im Umgang mit Klammern	45
3.1.7. Mangelnde intellektuelle Entwicklung als eine Ursache für die Fehler	46
3.1.8. Die Möglichkeit der Beeinflussung der schlechten Schülerleistungen	48
3.2. Fehler im Zusammenhang mit dem Gleichheitszeichen	48
3.2.1. Vorstellungen der Schüler vom Gleichheitszeichen	48
3.2.2. Methodische Vorschläge	50
3.2.3. Ursachen von Fehlern	50
3.2.3.1. Falsche Prozeduren	50
3.2.3.2. Kognitive Faktoren	51
3.2.4. Zu Ursachen für Probleme, das Gleichheitszeichen als Identität aufzufassen	52

3.2.4.1. Die Vermischung der Abstraktionsstufen	52
3.2.4.2. Die Verwechslung von Objekt und Zeichen	54
3.2.4.3. Subjektive Erfahrungen und objektive Gleichheit	55
3.2.4.4. Konventionen und Situationsabhängigkeit	56
3.2.4.5. Emotionale Störungen	56
3.2.4.6. Gesellschaftliche Bezüge	57
3.2.5. Fazit	59
3.3. Kognitionspsychologische Ansätze zur Beschreibung von Schülerfehlern in der Algebra	60
3.3.1. Fehlerhafte Verbindungen	60
3.3.1.1. Fehler, die sich aus dem unzureichenden Erkennen des Termaufbaus ergeben	60
3.3.1.2. Fehlerhafte Verallgemeinerungen	61
3.3.1.3. Ursachen für den Aufbau fehlerhafter Verbindungen	62
3.3.1.4. Konsequenzen für den Unterricht	63
3.3.2. Davis Modell der Informationsverarbeitung	64
3.3.2.1. Repräsentation des Wissens im Gedächtnis	64
3.3.2.2. Fehler, die sich aus der Umgangssprache ergeben	65
3.3.2.3. Fehler in der Super-bzw. Subprozedur	66
3.3.2.4. Fehler verursacht durch visuelle Ähnlichkeiten	67
3.3.2.5. VMS-Sequenzen	67

<b>3.3.2.6. Deeper Level Rules</b>	<b>68</b>
<b>3.3.3. Fazit</b>	<b>69</b>
<b>3.3.4. Fehlermuster und Fehlerprozeß</b>	<b>70</b>
<b>4. HOSPITATIONSPHASE</b>	<b>72</b>
<b>4.1. Zeitliche Abfolge</b>	<b>74</b>
<b>4.2. Zur Hospitation</b>	<b>75</b>
<b>4.2.1. Die 1. Stunde:</b>	<b>75</b>
<b>4.2.2. Die 2. und 3. Stunde</b>	<b>81</b>
<b>4.2.3. Fehler, die durch den falschen Gebrauch der Rechenregeln entstehen</b>	<b>82</b>
<b>4.2.4. Fehler, die durch Unsicherheiten im Umgang mit negativen Zahlen entstehen</b>	<b>84</b>
<b>4.2.5. Versuche den Problemen zu begegnen: Veranschaulichungen</b>	<b>86</b>
<b>4.3. Fazit</b>	<b>92</b>
<b>4.4. Die 4. Stunde Zum Problemlösen unter Einbeziehung nichtkognitiver Faktoren</b>	<b>95</b>
<b>4.4.1. Kippfigur</b>	<b>98</b>
<b>4.4.2. Zum Gleichheitszeichen</b>	<b>102</b>
<b>4.4.3. Zum Setzen und Weglassen von Malpunkten (Die 4. und 5. Stunde)</b>	<b>104</b>
<b>4.4.4. Zu einem Aufgabenblatt, das als Hausaufgabe gegeben wurde</b>	<b>106</b>
<b>4.5. Zum Gleichungsbegriff</b>	<b>108</b>
<b>4.5.1. Zum Einsatz der Rechenwaage (Die 6. und 7. Stunde)</b>	<b>108</b>

4.5.2 Gleichungen mit Platzhaltern an der Waage (Die 8. Stunde)	115
4.5.3. Die 9. Stunde	117
4.5.4. Die 10. und 11. Stunde	121
4.6. Zusammenfassung zur Hospitation	123
4.6.3. Gelernte Hilfflosigkeit	125
5. ZU DEN KLEINGRUPPENGESPRÄCHEN	129
5.1. Ziele der Gespräche und ihre Durchführung	129
5.2. Einführende Gespräche	132
5.2.1. Zum 1. Gespräch mit Christoph, Kai und Lars (Gruppe I)	132
5.2.2. Zum 1. Gespräch mit Dagmar, Silvia und Uwe (Gruppe II)	142
5.3. Inhaltliche Gespräche	
5.3.1. Zum 2. Gespräch mit Gruppe I	148
5.3.2. Fazit	157
5.3.3. Zum 2. Gespräch mit Gruppe II	160
5.3.4. Fazit	170
5.3.5. Zum 3. Gespräch mit Gruppe I	172
5.3.6. Fazit	181

<b>6. FOLGERUNGEN AUS DEN KLEINGRUPPENGESPRÄCHEN</b>	<b>183</b>
6.1. Im Unterricht werden Vorstellungen verschleiert	
6.1.1. Zum Begriff Gleichheit	183
6.1.2. Der Gebrauch von Rechenregeln	184
6.2. Zur unterschiedlichen Gesprächsführung von Kleingruppengesprächen und Unterricht	185
<b>7. ZUSAMMENFASSUNG UND FOLGERUNGEN</b>	<b>188</b>
-	
7.1. Was führte zu Fehlern	
<b>8. EMOTIONALER ANTEIL AM LERNPROZESS</b>	<b>192</b>
8.1. Was bedeutet es, ein Ergebnis zu haben?	192
8.2. Primärprozeßhaftes Agieren gewinnt Überhand über sekundärprozeßhaftes Denken	194
8.3. Warum scheinen mathematische Zusammenhänge für die Schüler so belanglos?	195
8.4. Was folgt daraus für den Mathematikunterricht?	198
<b>9. LITERATUR</b>	<b>201</b>